

Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Факультет общей и прикладной физики
Кафедра проблем физики и астрофизики

Численное моделирование двухкомпонентной темной материи

Бакалаврская работа

Студент: Эспиев С.А.

*Научный руководитель:
к.ф.-м.н., с.н.с. Пилипенко С.В.*

Москва, 2015

Содержание

1	ВВЕДЕНИЕ	3
1.1	Виды темной материи	3
1.2	Спектр мощности	4
1.3	Постановка задачи	5
2	МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ	6
2.1	Используемые коды и параметры численной модели	6
2.2	Определение массы гало	7
2.3	Корреляции между параметрами гало	8
3	Результаты	10
3.1	MDM модель с 30ev	11
3.2	Корреляция концентрации с массой	13
4	Заключение	13
5	Список литературы	14

1 ВВЕДЕНИЕ

Стандартной моделью космологии является модель Λ CDM, в соответствии с которой Вселенная является пространственно плоской и в современную плотность материи основной вклад $\Omega_{\Lambda} \approx 70\%$ дает космологическая постоянная. Остальная часть разделена между темной материей $\Omega_{DM} \approx 25\%$, барионами $\Omega_b \approx 5\%$.

Модель Λ CDM успешно описывает большой набор наблюдательных данных. Но имеются расхождения с наблюдениями. Одной из проблем модели является проблема недостатка спутников [1,2]. Проблема заключается в том, что численное моделирование образования галактик предсказывает образование огромного числа гало малых масс. В частности, галактика размером с нашу Галактику, получаемая в моделировании, содержит приблизительно 500 гало-спутников. Однако в нашей Галактике наблюдается только около сорока спутников. Наблюдается на порядок меньшее число таких гало, чем предсказывается в модели холодной темной материи.

Другой проблемой холодной темной материи является проблема каспов [3]. Каспом называют расходимось профиля плотности гало в центральной области. В численных моделях профиль расходится как $1/r$. Профили плотности наблюдаемых галактик не имеют такой особенности. Плотность почти не зависит от радиуса в центральной области.

1.1 Виды темной материи

Предполагается, что частицы ТМ находились в термодинамическом равновесии с космической плазмой в ранней Вселенной. В определенный момент времени температура упала настолько, что время свободного пробега частиц ТМ в плазме превысило хаббловское время, и взаимодействие с барионным веществом прекратилось. В зависимости от температуры, при которой это произошло, ТМ делят на "холодную", "теплую", "горячую". "Горячая" ТМ не удовлетворяет космологическим данным. "Холодная" темная материя (CDM) согласуется с большим набором наблюдений, но имеются несоответствия (проблемы каспов, недостатка спутников). Эти несоответствия имеют место только на масштабах $10^8 M_{\odot}$ и меньше. Это мотивирует рассмотрение других моделей темной материи, поведение которых на больших масштабах не отличается от холодной темной материи. В данной работе рассматривается двухкомпонентная темная материя, состоящая из холодной (CDM) и теплой (WDM) компоненты [4]. На рис.1 изображены спектры мощности для трех моделей

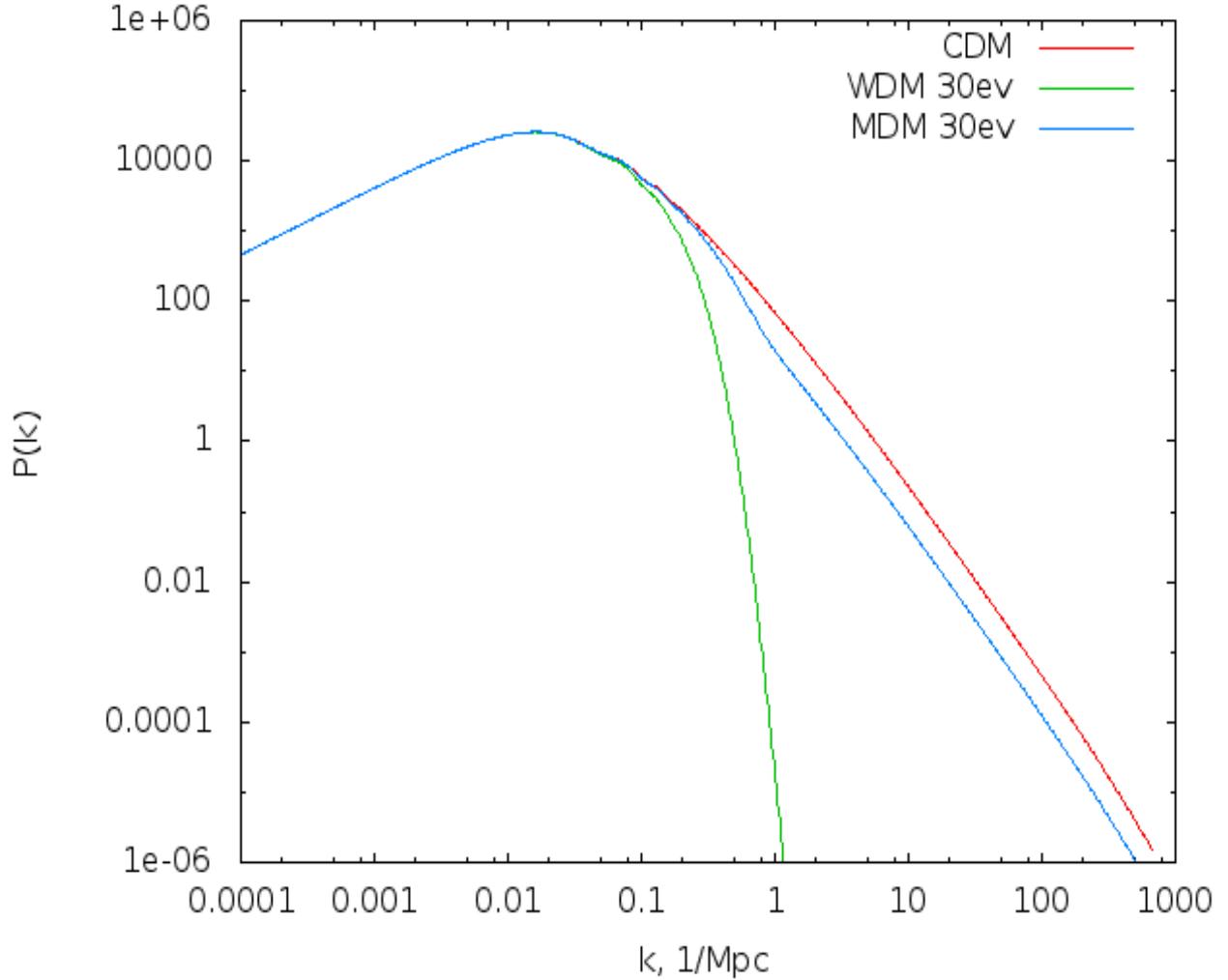


Рис. 1: Спектры мощности флуктуаций плотности в моделях холодной (CDM), теплой (WDM), смешанной (MDM) темной материи.

(CDM, WDM, MDM). Как видно, на больших масштабах (малых k) спектры имеют одинаковый вид.

1.2 Спектр мощности

Распределение массы во Вселенной характеризуют полем плотности $\rho(\mathbf{r})$. В ранней Вселенной возмущения плотности были малы: в эпоху рекомбинации водорода их относительная амплитуда была не более 10^{-5} . Перейдем к полю возмущений плотности:

$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r}) - \langle \rho \rangle}{\rho},$$

где $\langle \rho \rangle$ - средняя плотность Вселенной.

Предполагается, что поле возмущений является реализацией гауссового случайного процесса. Это означает, что поле возмущений плотности полностью описывается вторым моментом функции распределения, т.е. **спектром мощности**. Это понятие вводится следующим образом: возьмем Фурье-образ поля $\delta(\mathbf{r})$

$$\delta_{\mathbf{k}} = \int \delta(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) d^3r.$$

Тогда спектр мощности:

$$P(\mathbf{k}) = \langle \delta_{\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}}^* \rangle,$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализации. Спектр мощности есть дисперсия Фурье-коэффициентов функции $\delta(\mathbf{r})$ и характеризует амплитуду возмущений плотности на масштабе $\lambda = 2\pi/k$.

Стандартный космологический спектр аппроксимируется формулой [5]:

$$P(k) = A(T(k))^2 k,$$

$$T(k) = \frac{\ln(1+2.34q)}{2.34q} (1 + 3.89q + (16.1q)^2 + (5.64q)^3 + (6.71q)^4)^{-1/4},$$

$$q = \frac{k}{\Omega_m h^2}, A \approx 4.735 \times 10^6.$$

Этот спектр имеет асимптотики $P \propto k$ при малых k и $P \propto k^{-3}$ на больших k .

1.3 Постановка задачи

Спектр мощности флуктуаций плотности теплой темной материи имеет следующий вид [4]:

$$P_{wdm} = P_{cdm} T_{wdm}^2,$$

$$T_{WDM} = [1 + (\alpha_w q)^{2.25}]^{-4.46}, \quad (1)$$

$$q = \frac{k}{\Omega_m h^2} \text{Mpc}, \quad \alpha_w = 6 \times 10^{-3} \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.12} \right)^{1.4} \left(\frac{1 \text{keV}}{m_w} \right)^{1.1} \quad (2),$$

где P_{WDM} и P_{CDM} - спектры мощности теплой и холодной ТМ соответственно, m_w - масса частицы теплой компоненты.

Величина $(\alpha_w)^{-1}$ представляет собой расстояние, которое проходит теплая частица до момента, когда ее импульс станет нерелятивистским (длина свободного пробега). Флуктуации $\lambda < (\alpha_w)^{-1}$ подавляются в результате диссипативных процессов, а флуктуации $\lambda > (\alpha_w)^{-1}$ растут. В первом случае возмущения сглаживаются, а во втором - образуют гравитационно-связанные объекты.

В WDM модели с массой частиц 30eV массы образующихся объектов порядка $10^{15} M_\odot$. В CDM-модели соответствующая масса равна $10^{-6} M_\odot$ [6].

Из формулы (2) видно, что с увеличением массы частицы $(\alpha_w)^{-1}$ уменьшается. Это связано с тем, что более тяжелые частицы становятся нерелятивистскими раньше и, соответственно, длина свободного пробега меньше и соответствующая масса меньше.

В данной работе рассматривается двухкомпонентная модель темной материи (холодная и теплая компоненты).

Спектр мощности двухкомпонентной ТМ задается формулой[4]:

$$P_{mdm} = 0.27P_{cdm} + 0.73P_{wdm} \quad (3)$$

В этой работе исследуются функция масс гало темной материи в моделях CDM и MDM и корреляции параметров гало с массой.

2 МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

2.1 Используемые коды и параметры численной модели

Для исследования двухкомпонентной модели ТМ выполнено N-body моделирование эволюции распределения темной материи. Для этого использовалась программа GADGET-2 [7]. Основные параметры численной модели следующие.

▷ Используется стандартная космологическая модель с параметрами $\Omega_m = 0.31$, $\Omega_\Lambda = 0.69$, $h = 0.68$, где Ω_m - плотность материи в единицах критической плотности, Ω_Λ - плотность Λ -члена, $h = \frac{H_0}{100 \text{ km/c Mpc}}$ - безразмерная постоянная Хаббла.

▷ Число пробных частиц $N = 512^3$.

▷ Выходные данные имеются при красных смещениях от 99 до 1.

- ▷ Моделирование выполнено для размеров куба 500 и 80 h^{-1} Мпк.
- ▷ Масса одной пробной частицы $m = 3 \cdot 10^9 M_\odot$ (для куба 500 h^{-1} Мпк), $m = 7.5 \cdot 10^{11} M_\odot$ (для куба 80 h^{-1} Мпк).

Для генерации начальных условий используется программа Ginnungagap. На вход этой программы подается спектр мощности. На выходе программа выдает начальные координаты и скорости частиц.

Для поиска гало темной материи используется программа АНФ (Amiga halo finder). Эта программа находит гало и вычисляет его характеристики (масса, число частиц, радиус и др.).

Для исследования функции масс достаточно, чтобы гало содержало порядка 100 частиц, т.е. $3 \cdot 10^{11} M_\odot$ для куба 500 h^{-1} Мпк и $7.5 \cdot 10^{13} M_\odot$ для куба 80 h^{-1} Мпк. Для исследования внутренней структуры желательно иметь не менее 10^4 частиц в пределах вириального радиуса.

2.2 Определение массы гало

Под массой гало, обозначаемой M понимается масса, заключенная внутри вириального радиуса, который определяется из теоремы вириала, которая связывает кинетическую (Т) и потенциальную (U) энергии гравитирующей системы в равновесии:

$$2T = -U.$$

В модели сферической аккреции, описанной в [8], показано, что для космологической модели с $\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = 0$ на расстоянии R_{vir} , на котором выполняется теорема вириала, плотность внутри сферы радиуса R_{vir} в $\Delta_c = 18\pi^2 \approx 178$ раз больше средней плотности вещества во Вселенной. В численных моделях для определения массы гало ищется такое значение радиуса R с центром в центре гало, при котором средняя плотность вещества в сфере в Δ_c раз превышает среднюю во Вселенной. Это значение радиуса и соответствующее ему значение массы называются вириальными:

$$M_{vir} = \frac{4\pi}{3} R_{vir}^3 \Delta_c \bar{\rho}.$$

2.3 Корреляции между параметрами гало

Внутреннее строение гало характеризуется одной функцией - радиальным профилем плотности $\rho(r)$, который однозначно связан с кривой вращения:

$$V_c(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}, \quad M(r) = \int_0^r 4\pi\rho(x)x^2dx,$$

где $M(r)$ - масса гало внутри сферы с радиусом r . Профиль плотности хорошо аппроксимируется следующей формулой [9]:

$$\rho = \frac{\rho_s}{(1+x)(1+x^2)}, \quad x = r/r_s,$$

где постоянные ρ_s и r_s характеризуют индивидуальные гало. Этот профиль имеет постоянную область в центральной области ("ядро") и асимптотику r^{-3} на больших расстояниях. Для наблюдаемых галактик найдена корреляция между этими параметрами [8]:

$$\rho_s = 4.5 \times 10^{-2} \left(\frac{r_s}{1 \text{ kpc}} \right)^{-2/3} \frac{M_\odot}{\text{pc}^3}.$$

Отсюда следует, что распределение массы в любом гало можно полностью охарактеризовать только одной величиной, а любая пара характеристик массы внутри гало коррелирует между собой.

Для скоплений галактик наблюдаемые профили плотности значительно отличаются от профиля Бюркертта[6] и хорошо аппроксимируются формулой, предложенной Наварро, Френком и Уайтом [10] (формула NFW):

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{x(1+x^2)}, \quad x = r/r_s. \quad (4)$$

Данный профиль расходится в центре как r^{-1} и имеет асимптотику r^{-3} на периферии.

Внутренние свойства гало можно описать с помощью концентрации гало, $c = R_{vir}/r_s$, где R_{vir} - вириальный радиус гало, r_s - параметр из формулы (4). В космологических N-body симуляциях обнаружено, что большим массам гало соответствует меньшая концентрация. Зависимость $c(M)$ можно аппроксимировать формулой [11]:

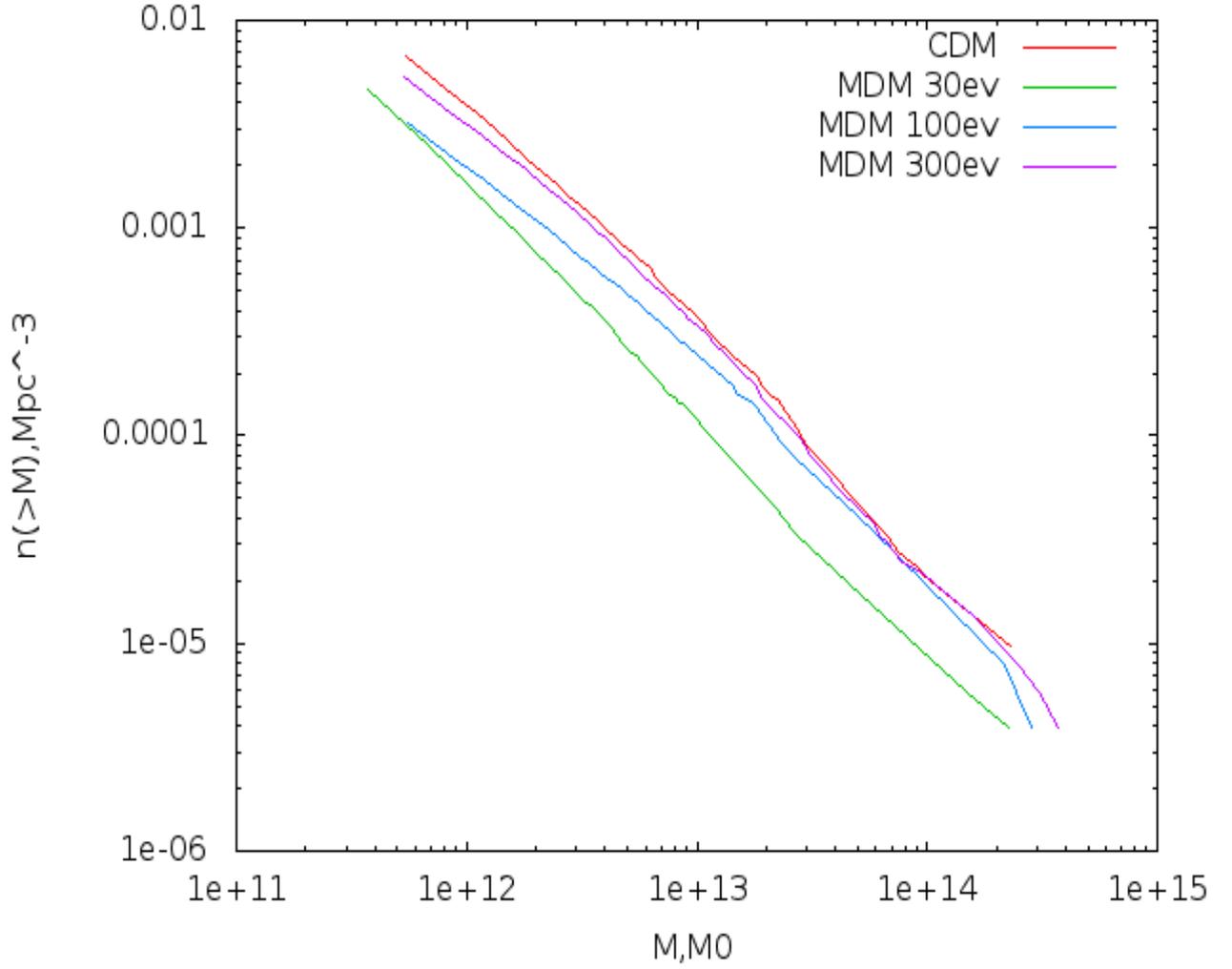


Рис. 2: Функция масс при $z=0$

$$c(M) = c_0 \left(\frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{-0.1}. \quad (5)$$

Кривая вращения, соответствующая профилю NFW, дается формулой[12]:

$$V(R) = V_{200} \left[\frac{\ln(1 + cx) - cx/(1 + cx)}{x[\ln(1 + c) - c/(1 + c)]} \right]^{1/2}. \quad (6)$$

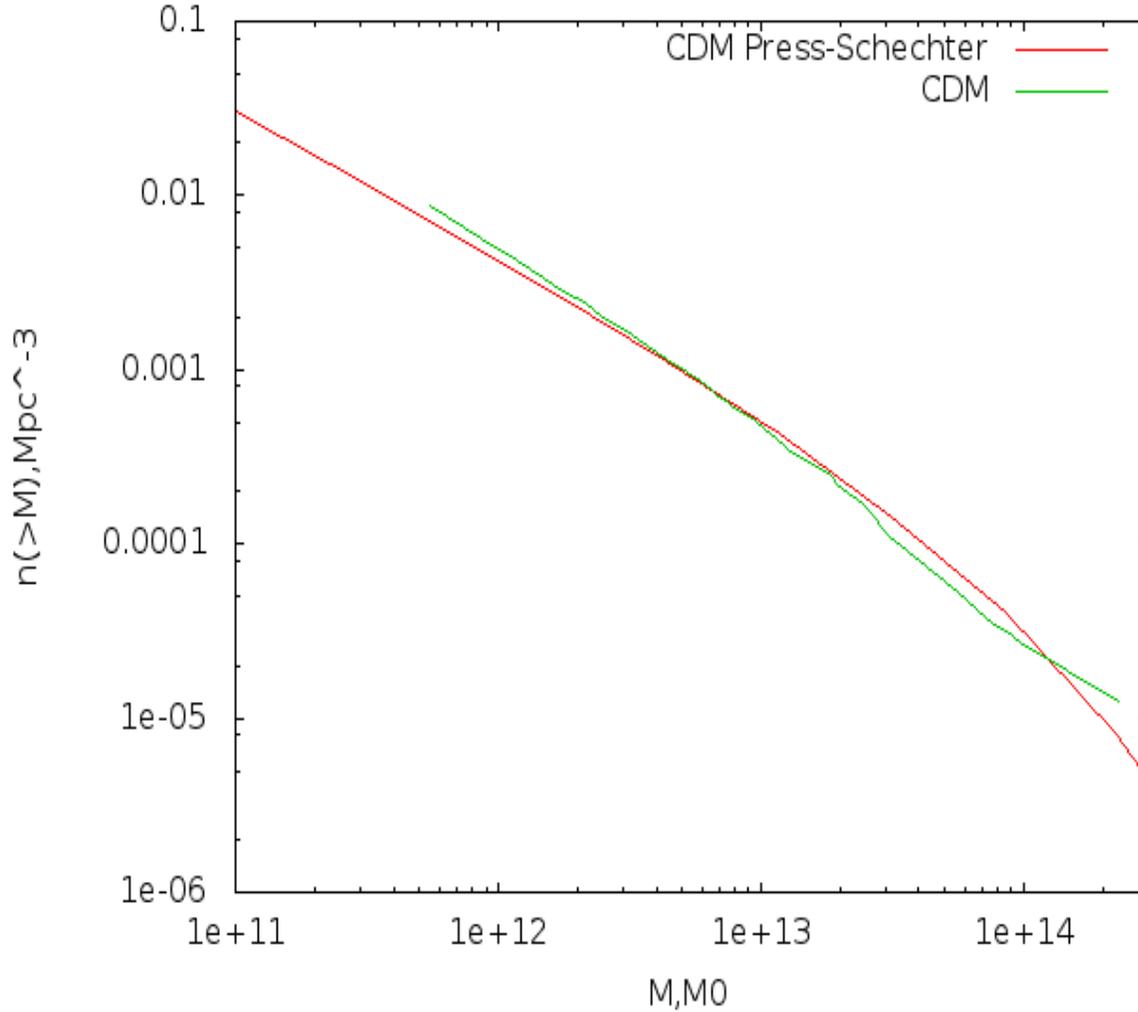


Рис. 3: Функция масс CDM, полученная в данной работе и Пресс-Шехтеровская функция масс ($z=0$)

3 Результаты

Выполнено N-body моделирование для моделей CDM, MDM с массами частиц теплой компоненты 30,100,300 eV. Построены функции масс гало ГМ при $z=0$ (рис.2). Исследована корреляция концентрации с массой. Основные результаты следующие.

На рис.3 изображены функция масс в модели CDM, полученная в данной работе и функция масс, построенная в рамках формализма Пресса-Шехтера [13]. При массах меньше $2 \times 10^{13} M_{\odot}$ отличие численной функции масс от теоретической не более 10%, а при массах более $2 \times 10^{13} M_{\odot}$ не более 30%.

3.1 MDM модель с 30ev

В работе [4] предложена модель двухкомпонентной темной материи с массой частиц теплой компоненты 30 ev. Были исследованы функции масс гало ТМ для этой модели и модели CDM. На рис.4 и рис.5 изображены функции масс для двухкомпонентной модели и модели CDM при $z=0$ и $z=2.5$ соответственно.

На рис.6 показан темп звездообразования как функция красного смещения для результатов наблюдений и результатов моделирования Illustris[14]. В модели Illustris заложены гравитация, гидродинамика и однородное ионизирующее фоновое излучение. Учитываются процессы, которые важны для образования галактик: радиационное охлаждение, звездообразование в газе высокой плотности, звездная эволюция, обратная связь за счет взрывов сверхновых, аккреция и поглощение на черных дырах и активные галактические ядра.

Из рис.6 видно, что отличие результатов наблюдений от результатов модели Illustris не более 30% при $z=0-3$. Однако при $z=2.5$ плотность числа гало, которая пропорциональна плотности скорости звездообразования, в модели MDM с массой частиц 30ev отличается на порядок от плотности числа гало в CDM-модели (рис.5). MDM-модель с массой теплых частиц 30ev противоречит наблюдениям и результатам моделирования Illustris.

На рис.7 показана зависимость концентрации от массы из наблюдений и результатов численных расчетов. Видно, что зависимость $c(M)$ отличается от результатов наблюдений при массах меньше $10^{13} M_{\odot}$, а также от результатов численных расчетов CDM при массах больше $10^{13} M_{\odot}$.

Итак, MDM-модель с массой частиц 30ev не соответствует действительности.

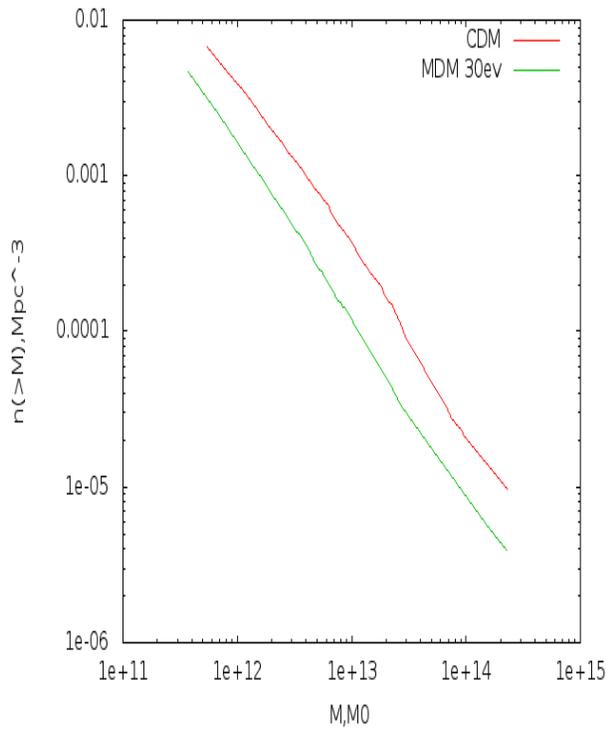


Рис. 4: Функция масс при $z=0$

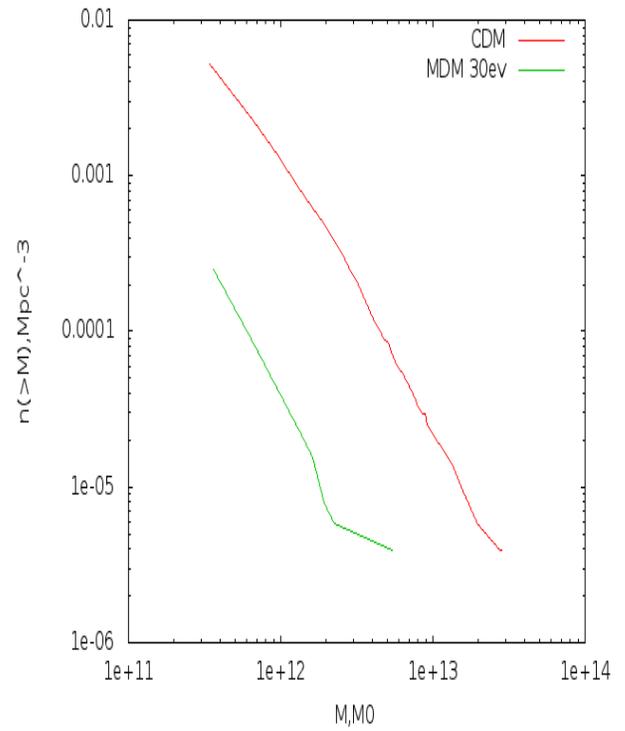


Рис. 5: Функция масс при $z=2.5$

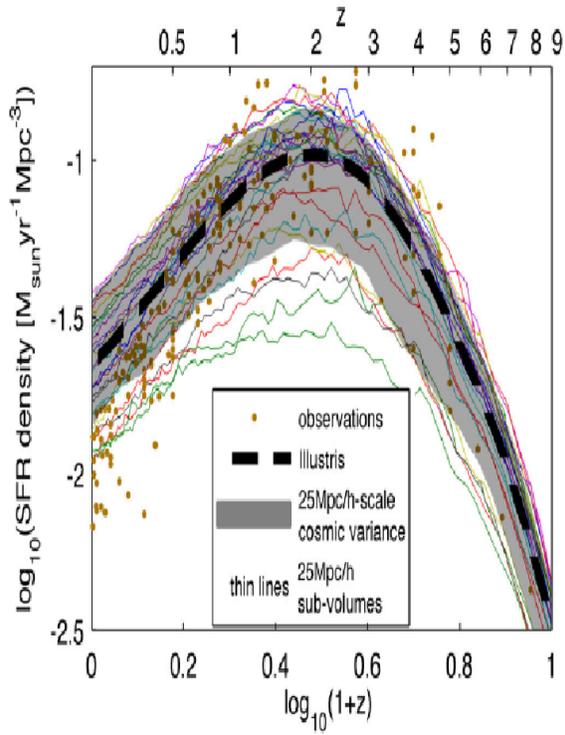


Рис. 6: Темп звездообразования как функция z

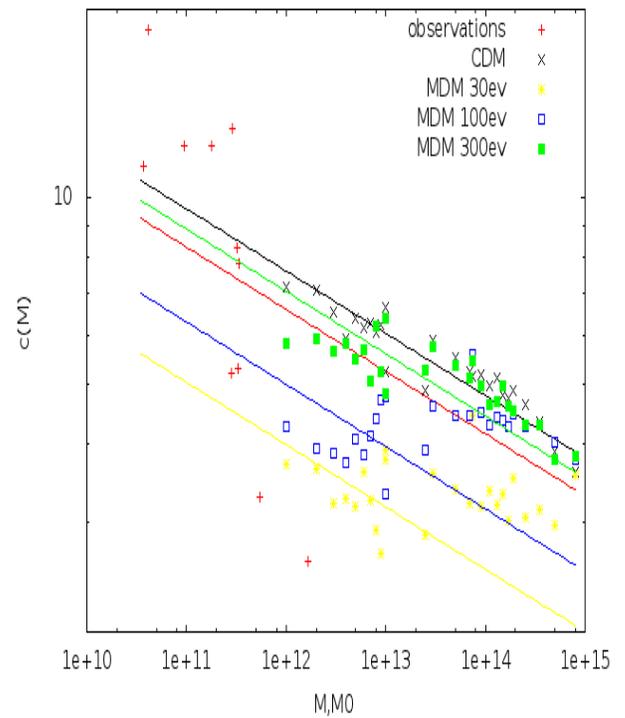


Рис. 7: Зависимость концентрации от массы гало

3.2 Корреляция концентрации с массой

Исследована корреляция концентрации с массой гало.

Для результатов численного моделирования построена медианная концентрация в бинах по массе как функция массы для различных моделей (рис.7). Наибольшее число гало в бине порядка 10000, наименьшее порядка 10. Также на рис.7 показаны результаты наблюдений из работы[12], в которой были измерены кривые вращения LSB-галактик и аппроксимированы по формуле (6) по c и V_{200} методом наименьших квадратов.

При больших массах (больше $10^{14}M_{\odot}$) поведение концентрации в MDM-моделях (кроме модели с 30eV) такое же, как в CDM-модели.

На рис.7 виден перегиб в области $10^{13} - 2 \cdot 10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, соответствующий перегибу спектра мощности (рис.1). При массах меньше $10^{13}M_{\odot}$ выполнена аппроксимация зависимости концентрации от массы по формуле (5). Из рис.7 видно, что формула (5) удовлетворительно описывает зависимость $c(M)$ на массах меньше массы перегиба. В таб.1 приведены значения c_0 и погрешности.

Таб.1. Значения c_0

	c_0	Δc
CDM	7.6	0.1
MDM 30eV	4.5	0.2
MDM 100eV	5.7	0.3
MDM 300eV	7.05	0.15
наблюдения	6.6	1.3

4 Заключение

В данной работе исследована двухкомпонентная модель темной материи при помощи N-body моделирования. Было показано, что модель с массой теплых частиц 30eV [4] не соответствует данным наблюдений.

Исследована зависимость концентрации от массы гало для наблюдений и моделей CDM,MDM. Показано, что при массах меньше $10^{13}M_{\odot}$ концентрация зависит как $M^{-0.1}$.

5 Список литературы

- [1] M. Boylan-Kolchin, J.S.Bullock, M.Kaplinghat, 2012, arXiv:1111.2048v2 [astro-ph.CO]
- [2] E.J.Tollerud, M.Boylan-Kolchin, J.S.Bullock, 2014, arXiv:1403.6469v1 [astro-ph.GA]
- [3] А.Г. Дорошкевич, В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева *УФН* **182** (2012)
- [4] M.Demianski, A.G.Doroshkevich, 2014, arXiv:1404.3363v2 [astro-ph.CO]
- [5] Bardeen et al., ApJ, **304**, 15 (1986)
- [6] A.M.Green et al.,MNRAS,**353**,L24
- [7] V.Springel, The cosmological simulation code GADGET-2, Monthly Notices of the Royal Astronomical society **364** (2005) 1105-1134
- [8] P.J.E. Peebles, The Large-Scale Structure of the Universe (Princeton: Princeton Univ. Press,1980)
- [9] A.Burkert, arXiv:9504041 [astro-ph] (1995)
- [10] J.F.Navarro, C.S.Frenk, S.D.M. White, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **275**,720(1995)
- [11] J.S.Bullock et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. **321**,2001
- [12] W.J.G de Blok, A. Bosma, Astronomy&Astrophysics **385**, 2002
- [13] W.H. Press, P. Schechter, ApJ, **187** (1974)
- [14] S.Genel et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. **445**, 2014