# Содержание

1	1 Введение		<b>2</b>
<b>2</b>	2 Молекулярные облака как барометры космических лу	/чей	4
3	3 Кинетические уравнения		6
	3.1 Взаимодействие волна-частица		6
	3.2 Диффузия с потерями		8
	3.3 Квазилинейная теория		9
	3.4 Взаимодействие частица-волна		10
4	4 Основные аспекты самосогласованной теории		11
	4.1 Диффузия с конвекцией		11
	4.2 Структура ударного фронта волны		12
	4.3 Гидродинамика космических лучей		13
5	5 Определение коэффициента диффузии		<b>14</b>
6	6 Заключение		15

### 1 Введение

В 40х годах прошлого века было обнаружено, что высокоэнергетичные заряженные протоны и электроны обладают степенным энергетическим спектром, однако вопрос о его происхождении оставался открытым. Самым рациональным предположенем было объяснение Цвикки, который показал, что единственным известным на тот момент астрофизическим явлением, способным сообщить частицам субрелятивисткие скорости является взрыв сверхновой. Несмотря на достаточность энергии, подобное ускорение носит нерегулярный характер, и не может адекватно описать весь диапазон наблюдаемых частиц, доходящий по современным данным до 10<sup>12</sup> ГэВ.

Первый прорыв был совершен в 1949 году Энрико Ферми. Он выдвинул гипотезу, что частицы при блуждании в межзвездной среде ускоряются в результате столкновения с хаотично движущимися мелкомасштабными магнитными неоднородностями - сгустками плазмы с вмороженными магнитными полями. Этот эффект, названный механизмом Ферми, положил начало новой науке - кинетике космических лучей. Однако, в указанном виде процесс крайне неэффективен по времени: за несколько миллионов лет энергия частиц может увеличится не более чем в несколько раз.

Через 30 лет, концепция была пересмотрена и существенно усложненна - в качестве неоднородностей среды теперь стала рассматриваться локальная плазменная турбулетность, где частицы приобретают ускорение "шоками фронтами ударных волн. Ключевая разница состоит в существенно-нелинейном взаимодействии частицы с «шоком», благодаря которому в направлении движения потока распространяются Альфвеновские волны, обратно рассеиваясь на которых частицы вынуждены пересекать ударный фронт неоднократное число раз (Bell 1978a).

Механизм получил общепринятое название Diffusive Shock Acceleration, сокращенно DSA, и широкое освещение в научной литературе. Для наших целей достаточными будут обзорные работы (Drury, 1983) и (Amato and Blasi, 2006). Основополагающей серией статей, где последовательно выводится и обсуждается кинетическое ур-ие взаимодействия космических лучей и Альвеновских волн является (Skilling 1975). Как показали дальнейшие исследования, эффективность подобного ускорения напрямую связана с силой шока и убегающим потоком космических лучей: уменьшение давления потока увеличивает степень сжатия ударной волны, тем самым передавая больше энергии оставшимся частицам, чем волнам. Натуральными кандидатами на наблюдение указанных процессов стали остатки сверхновых (supernova remnants, SNR) (Lagage and Cesarsky, 1983) и плотные молекулярные облака (Skilling and Strong, 1976), которые часто образуются в непосредственной близости от места взрыва.

В общем случае, разработаны три основных подхода для расчета энергии ускоренных частиц: численное решение основного кинетического уравнения с заданными граничными условиями (стандартная вычислительная схема предложена Jones and Kang, 2003); сведение задачи к решению системы уравнений двухжидкостной гидродинамики (Drury and Voelk, 1981), а также непосредственное стохастическое моделирование МГД-турбулетности методом Монте-Карло (Wolff and Tautz, 2015). Стоит отметить, что только первый метод дает напрямую спектральную энергетическую зависимость, но этом основную сложность представляет учет сопутствующих нелинейных нестабильностей.

Структура работы построенна следующим образом: предварительно описав тесную связь космических лучей и облаков, мы перейдем к резонансным взаимодействиям частиц и волн и качественному рассмотрению эффективности передачи энергии волны частицам.

# 2 Молекулярные облака как барометры космических лучей

Основной сложностью изучения космических лучей является тот факт, что измеряемый напрямую на Земле поток энергии и спектр галактических лучей является локальным и с высокой степенью изотропным: вся информация о возможных источниках за время диффузионного блуждания по Галактике была полностью утеряна.

В первую очередь, можно предположить, что, за исключением зон в непосредственной близости от источников частиц, их энергетические показатели в недоступных нам для прямого измерения областях Галактики не претерпивают существенных изменений, и можно говорить о «галактическом фоне» космических лучей. Подобное допущение, впрочем, вызывает ряд сопутствующих нерешенных вопросов, основным из которых является отсутствия уверенности, в том, что наша планета является достаточно удаленной от всех возможных источников космического излучения.

Тем самым возникает естественная потребность косвенно наблюдать космические лучи в отдаленных регионах Галактики через взаимодействие протонов и электронов с межзвездным веществом, и самое пристальное внимание на текущий момент уделено молекулярным облакам. Благодаря развитию инструментов гамма-астрономии высокого разрешения и чувствительности, а также накопившимся сведениям о распределении атомарного и молекулярного водорода в космическом пространстве, стало возможным оценить поток лучей в облаках через измеренную интенсивность нетеплового гамма-излучения. Более того, оказывается возможным оценить и спектр ускоренных протонов и электронов, и тем самым количественно проверить предсказания теории заложенной более 30 лет назад.

При рассмотрении проникновения космических лучей внутрь облака существенный вклад в формировании гамма-спектра оказывают следующие два явления: рождение нейтрального и заряженных пи-мезона при неупругом столновении с протонами в среде, и ионизация молекул газа.  $\pi^0$  мезон очень быстро распадается на 2  $\gamma$ -кванта, которые вносят основной вклад в излучение облака, продуктами распада  $\pi^{\pm}$  являются вторичные электроны и позитроны, при аннигиляции которых также появляются гамма-кванты. Следующие по значимости эффекты - релятивисткое тормозное излучение и обратное Комптоновское рассеяние вторичных электронов оказывают несущественный вклад, как в энергетические потери (по сравнению с кулоновскими и ионизационными), так и в формировании гамма-спектра средних и высоких энергий.

Известно, что Ларморовский радиус для доли лучей, ответственных за ионизацию облака ( $\mathcal{E} \leq 10$  МэВ для электронов и  $\leq 1$  ГэВ для протонов), на много порядков меньше характерных размеров облака или критической длины Альфвеновской волны в среде (той при которой волны будут затухать при ион-нейтральных столкновениях), поэтому для частиц возбуждающих МГД-волны, можно принебречь потерями на излучение, а при ионизации не рассматривать нелинейные эффекты и ограничится субрелятивистким приближением (Padovani and Galli, 2011).

## 3 Кинетические уравнения

#### 3.1 Взаимодействие волна-частица

Для простоты рассмотрим Альфвеновскую волну  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}(t)$ , распространяющуюся вдоль оси z со скоростью  $v_A$ , так что  $B_0 \parallel Oz$ ,  $\delta B \perp B_0$ и частицу движующуюся в том же направлении со скоростью  $u \gg v_A$ . В собственной системе отсчета волны без учета электрического поля уравнение движение запишется так

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{q}{c}\boldsymbol{v} \times (\mathbf{B}_0 + \delta \mathbf{B}) \tag{1}$$

. Заметим, что статичное поле изменяет перпендикулярную компоненту импульса только по направлению в плоскости Oxy, тогда для параллельной компоненты уравнение имеет вид

$$\frac{dp_{\parallel}}{dt} = \frac{q}{c} ||\boldsymbol{v}_{\perp} \times \boldsymbol{\delta}\mathbf{B}|| \tag{2}$$

где  $p_{\parallel} = p \cos \theta = p \mu$ .

Перепишем это уравнение для питч угла, выразив  $\delta B$  в гармоническом виде  $\delta B \cos (\Omega t - \mathbf{kr} + \phi)$  где  $\Omega$  - ларморовская частота,  $\phi$  - случайная фаза,  $(k, r) = vt\mu * k$ , тогда

$$\frac{d\mu}{dt} = \frac{q}{pc}v\,\sqrt{1-\mu^2}\,\delta B\cos\left(\Omega-kv\mu\right)t+\phi)\tag{3}$$

Как и следовало ожидать, при усреднении по времени  $\langle \Delta \mu \rangle_t = 0$ . Найдем  $\langle \Delta \mu \Delta \mu \rangle$ , усреднив по фазам.

$$\left\langle \Delta \mu(t_1) \Delta \mu(t_2) \right\rangle_{\phi} = \frac{q^2 v^2 (1 - \mu^2) \, \delta B^2}{2c^2 p^2} \cos[(\Omega - kv\mu)(t_1 - t_2)] \tag{4}$$

И проинтегрируем по времени

$$\frac{\left\langle \Delta\mu\Delta\mu\right\rangle}{\Delta t} = \frac{q^2 v^2 (1-\mu^2)\delta B^2}{2c^2 p^2} \int dt_1 \int dt_2 \cos[(\Omega - kv\mu)(t_1 - t_2)] \\ = \frac{q^2 v (1-\mu^2)\delta B^2}{c^2 p^2 \mu} \delta(k - \frac{\Omega}{v\mu})$$
(5)

Откуда сразу находим условие резонанса:

$$k_{res} = \frac{\Omega}{\nu\mu} \tag{6}$$

В общем случае, мы имеем дело не с единичным случайным полем, а с пакетом волн, поэтому заменим  $\delta B$  на  $\delta B(k)$  и проинтегрируем по k. Введем обозначение для плотности энергии альвеновских волн

$$W(k) = \int dk \frac{\delta B(k)^2}{4\pi} \delta(k - \frac{\Omega}{v\mu})$$
(7)

Тогда

$$\left\langle \frac{\Delta\mu\Delta\mu}{\Delta t} \right\rangle = \frac{\pi}{2}\Omega(1-\mu^2)k_{res}W(k_{res})$$
 (8)

Осталось усреднить получившиеся выражение по питч углам, чтобы выяснить физический смысл происходящего. Каждый раз, когда происходит резонанс, питч угол частицы меняется на  $\delta\theta \sim \frac{\delta B}{B}$  со случайным знаком. Поэтому естественно представить кинетическое уравнение для потока частиц в Больцмановском виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v\mu \ \frac{\partial f}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \mu} \left[ D_{\mu\mu} \ \frac{\partial f}{\partial \mu} \right] \tag{9}$$

где интеграл столкновения определяется диффузией частиц в пространстве углов.

$$D_{\mu\mu} = \frac{1}{2} \left\langle \frac{\Delta\theta\Delta\theta}{\Delta t} \right\rangle = \frac{\pi}{4} \Omega \ k_{res} W(k_{res}) \tag{10}$$

В большинстве задач питч-угол мал, поэтому функцию распределения удобно заменить ее изотропной частью  $f_0$ . Тогда уравнение сведется к обычному уравнению пространственной диффузии

$$\frac{\partial f_0}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ \kappa_z \frac{\partial f_0}{\partial z} \right] \tag{11}$$

с коэффициентом

$$\kappa_z = \frac{v^2}{8} \int_{-1}^{1} d\mu \frac{(1-\mu^2)^2}{D_{\mu\mu}}$$
(12)

### 3.2 Диффузия с потерями

Запишем потери на излучение в виде

$$b(E) = -\left(\frac{\partial E}{\partial t}\right)_{\text{ion}} = -\frac{4\pi n e^4 \ln \Lambda_1}{m v_p} \simeq \frac{k}{\sqrt{E}},\tag{13}$$

тогда уравнение на распространение лучей внутри облака в представляется в виде

$$\frac{\partial}{\partial E}(b(E)N(r,t)) + \frac{\partial N(r,t)}{\partial t} - \nabla D(E)\nabla N = Q(E,x,t)$$
(14)

где N - функция распределения ионизирующих облако частиц.

Максимально упростить уравнение можно рассматривая одномерный случай, когда источники отсутствуют, а коэф.диффузии выражается постоянен и выражается формулой [12]. Чтобы формально решить задачу нам необходимо W(k). В стационарной сиутации это можно сделать приравняв коэффициент раскачки волн

$$\Gamma(k) \simeq \frac{\pi}{4} \frac{M(>p_{min})}{n_{ion}} \left(\frac{u_0}{v_A} - 1\right) \Omega_{ion}$$
(15)

коэфициенту нелинейного затухания в следствии теплового движения (Dogiel et al 1994)

$$\sigma(k,r) = 4\pi V_{th} k^2 \frac{W(k)}{B_0^2}$$
(16)

где  $M(E) = \int_{E_{min}}^{m_p c^2} N(E') \ dE'$  - нормализованная плотность числа частиц.

В тоже самое время, из физических соображений понятно, что для получения картины более соответствующей реальности необходимо рассматривать самосогласованную ситуацию, куда по крайней мере должно входить ускорение частиц ударным фронтом на границе облака. Формула (15), как мы увидим далее, полученна в приближении простейшей степенной зависимости функции распределения высокоэнергетических частиц, что справедливо для DSA механизма только в случае приближения отдельной частицы (test-particle approach), в котором ускорение не зависит ни от коэффициента диффузии, ни от плотности газа и степени сжатия волны.

#### 3.3 Квазилинейная теория

При выводе кинетических уравнений для волн очень удобен (по крайней мере, для понимания) полу-классический формализм: рассматривать волны как пакет квантов с энергией  $\hbar w(k)$  и числом заполнения N(k). В конечных выражениях мы устремим  $\hbar$  к единице. Тогда кинетические уравнения при переходах  $\mathbf{p} \to \mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}$  и  $\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k} \to \mathbf{p}$  для волн можно записать согласно рецепту Эйнштейна, разделив излучение на вынужденное и спонтанное:

$$\frac{dN(\mathbf{k})}{dt} = \alpha(\mathbf{k}) - 2\gamma(\mathbf{k})N(\mathbf{k})$$
(17)

выраженное через вероятность Черенковского излучения  $w_s(k,p)$  и нормированную функцию распределения частиц

$$\frac{dN(\mathbf{k})}{dt} = \int d^3 \mathbf{p} \,\,\omega_s(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \left[ (1 + N(\mathbf{k})) \,\,f(p) - N(\mathbf{k}) \,\,f(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) \right]$$
(18)

В классическом случае  $f(\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k}) = f(p) - \hbar k \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}$ , следовательно

$$\gamma = \frac{1}{2} \int w_s(\mathbf{k}, \mathbf{p}) \left( \mathbf{k} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \right) \frac{\partial \mathbf{p}}{(2\pi)^3}$$
(19)

В обратном процессе:  $\mathbf{p} + \hbar \mathbf{k} \to \mathbf{p}$  и  $\mathbf{p} - \hbar \mathbf{k} \to \mathbf{p}$  роли меняются, и первый член разложения функции распределения обнуляется. Раскладываясь в следующем порядке в кинетическом уравнении получим уже нелинейный диффузный член.

Нам достаточно формулы (19), которая по виду крайне похожа на известное линейное затухание Ландау. Физическая суть следующая: несмотря на то, что теперь функция частиц зависит от интенсивности волн (в процессе излучения и поглощения меняется заполнения уровней энергий), вероятность переходов прямого и обратных процессов одинаковая и ровно такая же, как для линейного процесса с резонансом  $w_k$ , поэтому мы называем теорию квазилинейной.

### 3.4 Взаимодействие частица-волна

Для черенковского условия резонанса

$$\omega - k_z v_z - s\Omega = 0; \ s = \pm 1.$$

мы перепишем коэфициент поглощения энергия то есть раскачки волн через традиционные обозначения

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sum_{s} \int \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{(2\pi)^3} w_s \left[ k_z \, \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_z} + \frac{s\Omega}{v_\perp} \, \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_\perp} \right] \tag{21}$$

Зададим функцию распределения частиц в виде

$$f(\mathbf{p}) = f_0(p) + f_1(p,\mu)$$
(22)

и рассмотрим условие нестабильности  $U \gg v_A$ . Тогда для МГД-волн условие резонанса перепишется в виде

$$k_z v_z \pm \frac{eB}{mc} = 0 \tag{23}$$

то есть просто  $w = \Omega_H$  откуда

$$p_{res} = \frac{eB}{ck_z} \tag{24}$$

И для малых питч-углов получаем

$$\Gamma = \frac{\pi^2 \ e^2 \ v_A^2}{2c^2} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (1-\mu^2) \times \left(\frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p} + \frac{k_z v}{\omega} \ \frac{1}{p} \ \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial \mu}\right) \\ \times \left[ \ \delta \left(k_z v \mu + \frac{eBc}{E}\right) + \delta \left(k_z v \mu - \frac{eBc}{E}\right) \right]$$
(25)

Предполагая степенной спектр космических лучей  $f_0(p) = f_0(E) = kE^{-\gamma}$ находим [6] искомое (15) с отброшенным коэффициентом  $(\gamma - 1)/\gamma$ 

# 4 Основные аспекты самосогласованной теории

#### 4.1 Диффузия с конвекцией

В системе отсчета связанной с "шоком"можно считать функцию распределения изотропной и принебречь относительной скоростью рассеивающих центров относительно движения потока порядка V<sub>A</sub>, тогда кинетическое уравнение

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ D(x,p) \frac{\partial}{\partial x} f(x,p) \right] - u \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{p}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \frac{\partial f}{\partial p} + Q(x,p) = 0$$
(26)

Его решение с высокой долей точностью [1]

$$f(x,p) = f_0(p) \exp\left[-\frac{q(p)}{3} \int_x^0 dx' \frac{U(x')}{D(x',p)}\right]$$
(27)

где  $f_0(p) = f(0,p), q(p) = -\frac{d \ln f_0(p)}{d \ln p}$  (не путать с функцией инжекции!) - наклон  $f_0$  в импульсном пространстве.

Для численного решения осталось выразить U(x) и D(x, p) через  $f_{(x, p)}$ . Это становится возможным как раз благодаря тому, что в точке x = 0, где находится ударный фронт, за счет которого все ревелантные физические величины (U(x), f(x, p)D(x, p)) приобретают скачок. Проинтегрировав (26) между 0- и 0+ получаем, в частности

$$q(p) = \frac{3r}{r-1}(f_{-} - f_{+})$$
(28)

где r - коэффициент сжатия ударной волны.

### 4.2 Структура ударного фронта волны

Обозначим через 0 область перед шоком, 1 - непосредственно за. Из известных термодинамических соотношений для идеального газа

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\gamma - 1} P_1, \ u_1 - u_0 = \frac{1}{2} \left( P_1 + P_0 \right) \left( V_0 - V_1 \right)$$
(29)

следует

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{(\gamma+1)V_0 - (\gamma-1)V_1}{(\gamma+1)V_1 - (\gamma-1)V_0}, \ H = \frac{\gamma P}{(\gamma-1)\rho}$$

где  $u, \mathcal{E}, H$  - внутрення, кинетическая энергия и энтальпия соотвеств.

Из условий сохранения на границе шока

$$\rho_1 U_1 = \rho_0 u_0 \tag{30}$$

$$P + 1 + \rho_1 U_1^2 = P_2 + \rho_2 U_2^2$$

$$H_1 + u_1^2 / 2 = H_2 + u_2^2 / 2$$

получаем коэффициент сжатия (compression ratio) ударной волны

$$r = \frac{u_1}{u_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{(\gamma-1)M_1^2 + 2}$$
(31)

и отношение давлений

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2}{\gamma + 1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$
(32)

где число Маха

$$M_1^2 = \frac{\rho u^2}{\gamma p} = \frac{\rho u^2}{\gamma_G p_G + \gamma_C G_C} \tag{33}$$

В приближении сильного шока  $M_1^2 >> 1$  выражения упрощаются и зависят только от показателя адиабаты, которые принимаем равными  $\gamma = \gamma_G = 5/3$ . (в дальнейшем при расчетах удобно считать что  $\gamma_C = 4/3$ )

### 4.3 Гидродинамика космических лучей

Рассматривая поток космических лучей как невязкую жидкость, можно переписать гидродинамические законы сохранения массы, импульса и плотности энергии системы (лучи+газ) в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\rho u(x)] = 0 \tag{34}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u(x) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (P_G + P_C) = 0$$
(35)

$$\frac{\partial E_G}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [uE_G] + P_G \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$
(36)

$$\frac{\partial E_C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [uE_C] + P_C \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$$
(37)

где

$$P_C = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty p^3 v f(p) \, \mathrm{d}p \tag{38}$$

$$E_C = 4\pi \int_0^\infty p^2 E(p) f(p) \, \mathrm{d}p$$
 (39)

давление и энергия космических лучей соответственно

$$P_G = (\gamma_G - 1)E_G, \ P_C = (\gamma_C - 1)E_C$$
 (40)

и выделяющиеся в потоке частиц тепло равно градиенту энергии умноженному на усредненный коэффициент диффузии

$$Q = -\kappa(x)\frac{\partial E_c}{\partial x}, \ \overline{\kappa}(x) = \frac{\int_0^\infty \kappa(x,p) \ p^2 T \ (\partial f \setminus \partial x) \ \mathrm{d}p}{\int_0^\infty \ p^2 T \ (\partial f \setminus \partial x) \ \mathrm{d}p}$$
(41)

Тогда кинетическое уравнение запишется в консервативной форме

$$\frac{\partial E_C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (uE_C) + p_c \ \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \ \overline{\kappa} \ \frac{\partial E_C}{\partial x}$$
(42)

которое можно разрешить относительно u(x) [5]

(43)

# 5 Определение коэффициента диффузии

Пусть  $\mathcal{F}(x,k)$  - энергетическая плотность волны в логарифмическом масштабе. Пренебрегая тепловым затуханием имеем [8]

$$u(x)\frac{\partial \mathcal{F}(x,k)}{\partial x} = \sigma(x,k) \ \mathcal{F}(x,k)$$
(44)

где  $\sigma$  - резонансный коэффициент усиления волн [10]

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{v_A}{U_M \mathcal{F}} \left[ p^4 v \frac{\partial f(x, p)}{\partial x} \right]_{\mathbf{p} = p(k)}$$
(45)

Определим

$$\mathcal{I} = \frac{\delta B^2}{8\pi} = \frac{B_0^2}{8\pi} \int \frac{dk}{k} \mathcal{F}(k) \tag{46}$$

тогда (4!) есть ничто иное как

$$\frac{d\mathcal{I}}{dx} = \frac{4\pi}{3} v_A \frac{d}{dx} \int dp \ v(p) \ p^3 f(x, p) \tag{47}$$

Пренебрегая как и раньше малыми эффектами получаем

$$\frac{\delta B^2}{8\pi} = \frac{u}{v_A} P_{CR} \tag{48}$$

Или в более удобной форме [1]

$$\frac{\delta B^2}{B_0^2} = 2M_A \frac{P_{CR}}{\rho u_0^2}$$
(49)

где  $M_A = u_0/v_A$  называется Альфвеновским числом Маха. Оконачательно перепишем  $\mathcal{F}$  в виде

$$\mathcal{F}(x,p) = \frac{8\pi v}{3} \frac{p^4 T(x,p)}{\rho_0 u_0 v_{A0}}$$
(50)

где

$$T(x,p) = \int_{-\infty}^{x} \frac{dx'}{\sqrt{u_0/u(x')}} \frac{\partial f}{\partial x'}(x',p)$$
(51)

Что тем самым и решает поставленную задачу поскольку [2]

$$D(x,p) = \frac{4}{3\pi} \frac{r_L v}{\mathcal{F}(x,p)}$$
(52)

### 6 Заключение

Теория ускорения частиц ударными волнами в молекулярных облаках все еще далека от завершения. За 30 лет детального изучения количество эффектов нелинейных нестабильностей в плазме при ускоренным режиме протекания значительно возросло, включая в том числе и нерезонансные взаимодействия, а исходные уравнения до сих пор пишутся в приближении квазилинейной теории. Возможное решение этой проблемы преодолимо методами численного моделирования сильной МГДтурбулетности Particle-in-Cell, которое однако сопряжено трудностями вычислительного плана. Приведенное в аналитическое решение первоначальной задачи, по-видимо, является наиболее полным на сегодняшний день, несмотря на свою очевидную громоздкость. Для обсуждения проблемы количественно несомненно требуется более высокая квалификация, и, в первую очередь, рассмотрение более конкретных случаев (связанных систем SNR+облако).

### Список литературы

- [1] Amato E., Blasi P., 2006, MNRAS, 371, 1251–1258
- [2] Bell A. R., 1978a, MNRAS, 182, 147
- [3] Dogiel, V. A., Gurevich, A. V., Zybin, K. P. 1994, Physica Scripta, 52, 106-109
- [4] Drury L. O'C., 1983, Rep. Prog. Phys., 46, 973
- [5] Drury L. O'C., Voelk J.H., 1981, ApJ, 248, 344-351.
- [6] Ginzburg V. L., Ptuskin V. S., Tsytovich V. N., 1972, Izv.Akad.Nauk SSSR, 37, 1150-1154
- [7] Jones T. W., Kang. H, 2003, Proceed. of the 28th International Cosmic Ray Conference, July 31-Aug 7
- [8] Lagage P. O., Cesarsky C. J., 1983, AA, 125, 249-257
- [9] Melrose D.B., Instabilities in Space and Labarotary Plasmas, CUP, 1986
- [10] Padovani M., Galili D., AA, 109, 530-537
- [11] Skilling, J. 1975, MNRAS, 172, 557
- [12] Skilling, J., Strong, A. W., 1976, AA, 53, 253
- [13] Wolff M., Tautz R. C., arXiv:1506.01179