

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт»
(Государственный университет)

Кафедра проблем физики и астрофизики

Выпускная квалификационная работа на степень бакалавра
«Торможение релятивистских джетов в активных
галактических ядрах»

студент 228 группы Черноглазов А.В.

Научный руководитель:
к. ф.-м. н. Каленков М. С.

Москва, 2016

Содержание

1	Введение	3
2	Постановка задачи	5
3	Радиационное трение	8
3.1	Качественное рассмотрение	8
3.2	Цилиндрическое течение	10
3.2.1	Основные уравнения	10
3.2.2	Нулевое МГД-приближение	14
3.3	Дрейфовое приближение	15
3.3.1	Двухжидкостные эффекты	15
3.3.2	Качественное рассмотрение	18
3.3.3	Подробный анализ	21
4	Линеаризация в дрейфовом приближении	22
5	Модельное рассмотрение	26
6	Астрофизическое приложение и обсуждение	27
7	Выводы	28
8	Благодарности	28
	Литература	29

1 Введение

Недавний прогресс в наблюдениях VLBI релятивистских струйных выбросов из ядер активных галактик [1, 2, 3, 4] дает нам новую информацию, уточняющую их физические характеристики и динамику. В частности группой MOJAVE [5], недавно было задетектировано достаточно эффективное торможение вещества джета на масштабах больше, чем 50–100 пк с темпом $\dot{\Gamma}/\Gamma = 10^{-3} yr^{-1}$. Мы рассматриваем одно из возможных объяснений такого торможения, связанное со взаимодействием джета с внешним фотонным полем. Торможение за счет силы радиационного трения будет подробно рассмотрено в рамках стандартного МГД-подхода.

Напомним, что магнитогидродинамическая (МГД) модель сейчас интенсивно развивается в рамках теории релятивистских струйных выбросов из вращающихся сверхмассивных ($M \sim 10^8\text{--}10^9 M_\odot$) черных дыр, которые считаются «центральной машиной» в ядрах активных галактик и квазарах [6, 7]. В частности, магнитогидродинамическая модель сейчас наиболее популярна в связи с проблемой происхождения и стабильности джетов. Более того, в течение последних нескольких лет были найдены дополнительные аргументы в пользу МГД-модели, такие как наличие e^+e^- плазмы [8, 9], а так же тороидального магнитного поля в джете [10]. Наконец, недавние численные симуляции [11, 12, 13] продемонстрировали очень хорошее согласие с известными аналитическими асимптотическими решениями в рамках МГД. «загрузке» частиц, то есть рождению e^+e^- пар [14] и их ускорению под действием силы радиационного трения для достаточно маленьких энергий частиц или торможению для высокоэнергетичных частиц [15]. Другими словами, должно быть принято во внимание самосогласованное взаимодействие сильно замагниченного течения с внешним фотонным полем.

К сожалению, в течение долгого времени эти два подхода: МГД-ускорения и действие внешнего фотонного поля развивались отдельно друг от друга. Только в статье [16] были сделаны первые аналитические шаги для объединения их вместе. В частности, было показано, как основные уравнения могут быть проинтегрированы для конической геометрии (что невозможно в общем случае). С другой стороны, рассмотрение было проделано

в заданном полоидальном магнитном поле. Но в этой асимптотике быстрая магнитозвуковая поверхность (для холодного течения) находится на бесконечности [17, 18, 19]. В результате, невозможно было анализировать эффект от радиационного трения вблизи от быстрой магнитозвуковой поверхности и свойства сверхзвукового течения снаружи поверхности.

Самосогласованное возмущение магнитных поверхностей было включено в рассмотрение [20] для достаточно высоких энергий частиц (когда радиационное давление неэффективно для ускорения частиц). Было показано, что для сильно замагниченного ветра сила радиационного трения почти не меняет энергию частиц, но уменьшает суммарную плотность энергии. Обнаружено так же, что возмущение магнитных поверхностей становится сильным, только если сила радиационного трения сильно изменяет энергию потока. Наконец, недавно [21, 22] было рассмотрено действие силы радиационного трения на замагниченное истечение в гамма-радиовсплесках, где радиационное давление может играть значительную роль в ускорении частиц.

Главной целью этой работы является аккуратное определение действие радиационного трения на цилиндрический сильно замагниченный поток. В качестве нулевого приближения (то есть без радиационного трения) было использовано хорошо известное аналитическое решение для цилиндрического сильного замагниченного МГД-истечения [23, 24]. Из того, что мы рассматриваем область, достаточно удаленную от «центральной машины», следует, что мы берем простую изотропную модель фотонного поля (то есть для постоянной плотности энергии $U = U_{\text{iso}} = \text{const}$).

Работа является переводом нашей статьи [25] и организована следующим образом: в начале, в части 2 мы обсуждаем саму необходимость выхода за пределы приближения одножидкостного МГД для сильно замагниченного ветра и джетов; в части 3, начинаясь с базовых уравнений двухжидкостной МГД, мы показываем, как сила радиационного трения перераспределяет электрический заряд. Это дает нам возможность определить изменение энергии частиц. И, наконец, в части 6 сформулированы приложения наших основных результатов к астрофизике.

2 Постановка задачи

Сначала сформулируем нерешенную задачу, которую мы будем рассматривать. На настоящий момент, как аналитические [17, 26, 27, 28, 29, 30], так и численные [31, 32, 33, 11, 34, 35, 36, 12, 13] свойства сильно замагниченного ветра и джетов описывались, в основном, в рамках МГД-приближения. Только недавно были сделаны первые шаги, использующие численные PIC симуляции [37, 38], но, все равно, эти исследования еще в самом начале.

Нам удобно сейчас ввести следующие безразмерные параметры, описывающие идеальное МГД-течение: параметр множественности частиц λ , параметр замагниченности Майкеля σ_M и параметр компактности l_a . Эти параметры определяются следующим образом:

$$\lambda = \frac{n^{(\text{lab})}}{n_{\text{GJ}}}, \quad (1)$$

где $n_{\text{GJ}} = |\rho_{\text{GJ}}|/e$ и $\rho_{\text{GJ}} = \Omega_0 B_0 / (2\pi c)$ [39] - гольдрайховская плотность, то есть плотность заряда, необходимая для экранировки продольного магнитного поля в потоке. Здесь B_0 - полоидальное магнитное поле джета и Ω_0 - угловая скорость «центральной машины». Как было показано в [40], для ядер активных галактик этот параметр может быть велик: $\lambda \sim 10^{11} - 10^{13}$.

Далее, [17] параметр замагниченности σ_M показывает, как много электромагнитной энергии вблизи «центральной машины» может быть передано в энергию частиц. Величина σ_M отвечает максимальному значению Лоренц-фактора плазмы, которое может быть достигнуто в случае полной передачи энергий электромагнитного поля частицам плазмы. Другими словами, σ_M - максимальный Лоренц-фактор, который может быть достигнут для замагниченного ветра. Для цилиндрического истечения в нашей задаче σ_M определен следующим образом:

$$\sigma_M = \frac{\Omega_0 e B_0 r_{\text{jet}}^2}{4\lambda m_e c^3}, \quad (2)$$

где r_{jet} - поперечный размер джета.

Удобство этих двух параметров основывается на том факте, что их произведение зави-

сит только от суммарных потерь энергии W_{tot} и, следовательно, может быть определено из наблюдений. Это было показано в [41]

$$\lambda\sigma_{\text{M}} \sim \left(\frac{W_{\text{tot}}}{W_{\text{A}}} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где $W_{\text{A}} = m_{\text{e}}^2 c^5 / e^2 \approx 10^{17}$ эрг/с. Следовательно, $\lambda\sigma_{\text{M}} \sim 10^{14}$ для обычного джета из ядра активной галактики. Другим представлением произведения $\lambda\sigma_{\text{M}}$ является

$$\lambda\sigma_{\text{M}} \sim \frac{eE_r r_{\text{jet}}}{m_{\text{e}} c^2}, \quad (4)$$

где $E_r \sim (\Omega_0 r_{\text{jet}} / c) B_0$. Как видно, это значение отвечает суммарному падению потенциала поперек джета.

Наконец, параметр компактности

$$l_a = \frac{\sigma_{\text{T}} U_{\text{iso}} R}{m_{\text{e}} c^2} \quad (5)$$

есть, по факту, оптическая толщина для томпсоновского поперечного сечения σ_{T} на расстояниях R в фотонном поле с плотностью энергии U_{iso} . Важно, что параметр l_a дает верхний предел на энергию частиц в области ускорения. И большое значение l_a необходимо для эффективного рождения частиц.

Возвращаясь к одножидкостному МГД-подходу, необходимо подчеркнуть, что он имеет серьезные ограничения. Сначала, хорошо известное условие вмороженности магнитного поля в плазму $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c = 0$ приводит к двум последствиям:

$$E_{\parallel} = 0, \quad (6)$$

$$E_{\perp} < B, \quad (7)$$

то есть, магнитному полю соответствует нулевое продольное поле и малое перпендикулярное. Закон изоротации [42], то есть сохранение так называемой угловой скорости поля Ω_{F} (см. ниже) вдоль магнитной трубки является математической формулировкой ее свойств. В результате, имеет место очень большая разность потенциалов между центром и краем джета в самом конце потока, где джет сталкивается с внешней средой.

С другой стороны, ясно, что невозможно описать взаимодействие внешней среды с сильно замагниченным потоком без включения в рассмотрение этого падения потенциала. В самом деле, пренебрегая E_{\perp} , мы не включаем в рассмотрение роль потока вектора Пойтинга, который играет важную роль. В результате, в течение взаимодействия области с ненулевым продольным электрическим полем или с $E > B$ приводит к крайне эффективному ускорению частиц [41]. Тем не менее, до настоящего момента роль потока вектора Пойтинга во время взаимодействия со внешней средой рассматривалась только косвенно, скажем, добавлением большого тороидального магнитного поля, плотность энергии которого равна таковой для замагниченного потока [43, 44, 45]. Напомним, что основные свойства МГД-столкновения, содержащего произвольный поток вектора Пойтинга уже были сформулированы более, чем 10 лет назад [46].

Эффективное ускорение частиц может иметь место даже без внешней среды. Как уже было показано много лет назад [47, 48], при некоторых ограничениях на продольный электрический ток, циркулирующий в магнитосфере радиопульсара, вблизи светового цилиндра $R_L = c/\Omega$ существует область с $E > B$. В результате, в узкой области $\Delta r \sim R_L/\lambda$ имеет место очень эффективное ускорение частиц до Лоренц-фактора $\Gamma \approx \sigma_M$. Интересно, что именно таким внезапным ускорением был недавно объяснен импульс ТэВ-излучения от пульсара в Крабовидной туманности [49]¹. Более того, недавние PIC-модели осесимметричной магнитосферы пульсара [50] так же продемонстрировали очень эффективное ускорение частиц вблизи светового цилиндра до значений $\gamma \sim \sigma_M$.

Здесь необходимо подчеркнуть одну очень важную вещь. Не только одножидкостный, но и двухжидкостный предел не позволяют описать взаимодействие сильно замагниченного потока с внешней средой. Как было показано в [47, 48], эффективное ускорение частиц в области $E > B$ неизбежно сопровождается исчезновением радиальной скорости. Это означает многожидкостный режим, который не может быть описан аналитически. Также обсуждаются другие диссипативные процессы, например, пересоединение магнитных линий, в основном, феноменологически [51, 52, 53, 54], а так же численно [55, 56, 57] в

¹Название этой статьи 'Abrupt acceleration of a cold ultrarelativistic wind from the Crab pulsar'.

связи с потерями энергии в сильно замагниченном потоке.

По этим причинам, в данной работе мы не будем обсуждать само взаимодействие джета с внешней средой, но попытаемся оценить роль внешнего фотонного поля в гидродинамическом торможении джета. С другой стороны, двужидкостное приближение позволяет нам включить в рассмотрение самосогласованные продольное электрическое поле и возмущение магнитного поля. И, в результате, будет сформулировано условие справедливости одножидкостного приближения.

3 Радиационное трение

3.1 Качественное рассмотрение

Прежде всего, качественно рассмотрим взаимодействие сильно замагниченного джета с изотропным фотонным полем. Без силы трения достаточно далеко от оси вращения частицы движутся вдоль джета из-за электрического дрейфа в радиальном электрическом и E_r и тороидальном магнитном $B_\varphi \gg B_z$ полях [34, 24]. Ясно, что сила радиационного трения \mathbf{F}_{drag} (направленная вдоль джета) приводит к радиальному дрейфу электронов и позитронов в противоположные стороны (см. Рис. 1). Соответствующий электрический ток может быть оценен как

$$j_r \sim \lambda \rho_{\text{GJ}} V_d, \quad (8)$$

где

$$V_d \sim c \frac{F_{\text{drag}}}{e B_\varphi} \quad (9)$$

дрейфовая скорость. Такое перераспределение заряда приводит к уменьшению радиальной компоненты электрического поля и, соответственно, потоку вектора Пойтинга. Так же, как и в сильно замагниченном джете $E_r \approx B_\varphi$, можно записать уравнение энергии для стационарной потока $\nabla \mathbf{S} = -\mathbf{j} \mathbf{E}$ как

$$\frac{c}{4\pi} \frac{dB_\varphi^2}{dz} \approx -j_r B_\varphi. \quad (10)$$

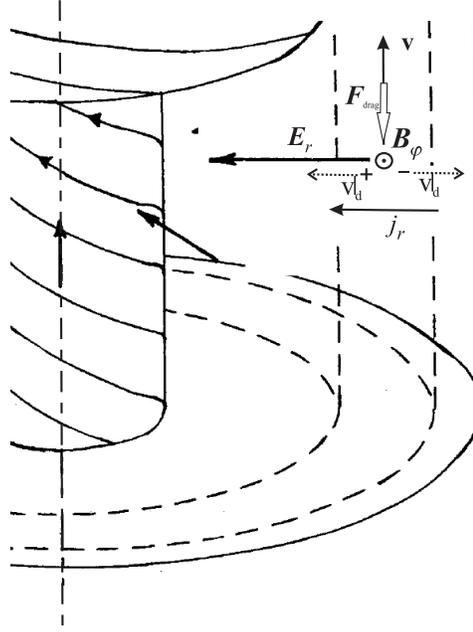


Рис. 1: Радиационная сила трения \mathbf{F}_{drag} приводит к появлению радиального дрейфового тока, перераспределению электрических зарядов, уменьшению радиального электрического поля и, наконец, уменьшению потока вектора Пойтинга. Энергия частиц остается почти постоянной, т.к. отрицательная работы силы трения почти равна энергии, получаемой частицей при пересечении эквипотенциальных поверхностей.

используя (3) и оценку $B_\varphi/B_z \sim r_{\text{jet}}/R_L$ и $W_{\text{tot}} \sim (c/4\pi)B_\varphi^2 r_{\text{jet}}^2$, мы, наконец, получаем характерную длину торможения джета L_{dr}

$$L_{\text{dr}} \sim \sigma_M \frac{m_e c^2}{F_{\text{drag}}}. \quad (11)$$

Такие же оценки могут быть получены непосредственно из уравнения непрерывности $\nabla \mathbf{j} = 0$

$$\frac{j_r}{r_{\text{jet}}} \sim \frac{j_{\parallel}}{L_{\text{dr}}}, \quad (12)$$

где $j_{\parallel} \approx \rho_{\text{GJ}} c$.

Как мы видим, работа $A_{\text{dr}} = F_{\text{drag}} L_{\text{dr}}$ силы радиационного трения F_{drag} на масштабах L_{dr} (из-за обратного Комpton-эффекта фотоны уносят часть энергии джета)

$$A_{\text{dr}} \sim \sigma_M m_e c^2 \quad (13)$$

в точности равно энергии частиц, отвечающей полному переводу энергии из электромагнитного поля (потока вектора Пойтинга) в плазму [48]. Это означает, что наши оценки тормозящей силы корректны. Но, так как сила действует перпендикулярно большому тороидальному магнитному полю $B_\varphi \sim (\Omega_0 r_{\text{jet}}/c)B_0$, в первом приближении энергия частиц остается постоянной. Это означает, что потери энергии из-за силы радиационного трения полностью компенсированы энергией $eE_r V_r$, полученной частицами из-за их дрейфового движения вдоль радиального электрического поля. Другими словами, энергия частиц остается почти постоянной, так как отрицательная работа силы радиационного трения равна энергии, приобретаемой частицей при пересечении эквипотенциальных поверхностей.

Таким образом, как было показано раньше в [20], сила радиационного трения, действуя на частицы плазмы, в сильно замагниченном потоке не уменьшает энергию частиц, но ослабляет поток вектора Пойтинга. В самом деле, дрейфовый ток (который в λ раз больше, чем $\rho_e V_d$) перераспределяет электрический заряд внутри джета. Соответственно, тороидальное магнитное и радиальное электрическое поля уменьшаются вдоль джета.

3.2 Цилиндрическое течение

3.2.1 Основные уравнения

Для того, чтобы описать взаимодействие сильно замагниченного ветра более подробно, в этой части мы рассмотрим точно взаимодействие цилиндрического сильного замагниченного джета с изотропным фотонным полем. Следуя [20], напомним стационарные уравнения Максвелла и двухжидкостные уравнения движения для электрон-позитронной плазмы:

$$\nabla \mathbf{E} = 4\pi\rho_e, \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0, \quad (14)$$

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad (15)$$

$$(\mathbf{v}^\pm \nabla) \mathbf{p}^\pm = e \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}^\pm}{c} \times \mathbf{B} \right) + \mathbf{F}_{\text{drag}}^\pm. \quad (16)$$

Здесь \mathbf{E} и \mathbf{B} - электрическое и магнитное поля, ρ_e и \mathbf{j} - плотность заряда и тока и \mathbf{v}^\pm и \mathbf{p}^\pm - скорость и импульс частиц. Для изотропного фотонного поля (см., например [58, 59])

$$\mathbf{F}_{\text{drag}}^\pm = -\frac{4}{3}\frac{\mathbf{v}}{v}\sigma_T U_{\text{iso}}(\gamma^\pm)^2, \quad (17)$$

где γ^\pm - Лоренц-фактор частиц.

Как известно, в осесимметричном случае можно выразить электрическое и магнитное поля через три скалярные функции $\Psi(r_\perp, z), \Omega_F(r_\perp, z)$ и $I(r_\perp, z)$:

$$\mathbf{B} = \frac{\nabla\Psi \times \mathbf{e}_\varphi}{2\pi r_\perp} - \frac{2I}{cr_\perp}\mathbf{e}_\varphi, \quad (18)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\Omega_F(\Psi)}{2\pi c}\nabla\Psi. \quad (19)$$

Здесь Ψ - магнитный поток, I - суммарный электрический ток внутри такой же магнитной трубки и Ω_F - так называемая угловая скорость поля (точнее, угловая скорость плазмы, дрейфующей в электромагнитном поле).

Для цилиндрического истечения существует следующее бессиловое решение основных уравнений (14)–(16) [23]

$$4\pi I(\Psi) = 2\Omega_F(\Psi)\Psi \quad (20)$$

соответствующее однородному полоидальному магнитному полю

$$B_z^{(0)} = B_0 \quad (21)$$

(таким образом, $\Psi = \pi B_0 r_\perp^2$),

$$B_\varphi^{(0)} = -\frac{2I}{cr_\perp}, \quad (22)$$

$$E_r^{(0)} = B_\varphi^0, \quad (23)$$

и

$$B_r^{(0)} = 0, \quad B_z^{(0)} = B_0, \quad E_\varphi^{(0)} = 0, \quad E_z^{(0)} = 0. \quad (24)$$

Важно, что это решение может быть реализовано только безмассовыми частицами, движущимися вдоль джета со скоростью, равной скорости света

$$v_z^{(0)} = c, \quad v_r^{(0)} = 0, \quad v_\varphi^{(0)} = 0. \quad (25)$$

Кроме того, это решение справедливо для произвольного профиля угловой скорости $\Omega_F(\Psi)$. В частности, можно рассмотреть наиболее интересный случай $I(\Psi_{\text{jet}}) = \Omega_F(\Psi_{\text{jet}}) = 0$, когда суммарный электрический ток, текущий вдоль джета, равен нулю. По этой причине мы будем рассматривать $\Omega_F(r_\perp)$ как произвольную функцию.

Как и раньше, в цилиндрическом случае мы вводим в первом порядке поправки для случая $v \neq c$ следующим образом:

$$n^+ = \frac{\Omega_0 B_0}{2\pi c e} [\lambda - K(r_\perp) + \eta^+(r_\perp, z)], \quad (26)$$

$$n^- = \frac{\Omega_0 B_0}{2\pi c e} [\lambda + K(r_\perp) + \eta^-(r_\perp, z)], \quad (27)$$

$$v_z^\pm = c [1 - \xi_z^\pm(r_\perp, z)], \quad (28)$$

$$v_r^\pm = c \xi_r^\pm(r_\perp, z), \quad (29)$$

$$v_\varphi^\pm = c \xi_\varphi^\pm(r_\perp, z). \quad (30)$$

Здесь $\Omega_0 = \Omega_F(0)$ и $\lambda = n_e/n_{\text{GJ}}$ - параметр множественности(1). Как мы уже подчеркивали, для активных галактических ядер $\lambda \sim 10^{11}-10^{13}$. Ниже, для простоты, мы будем считать λ константой. Еще одна функция

$$K(r_\perp) = \frac{1}{4r_\perp} \frac{d}{dr_\perp} \left(r_\perp^2 \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \right) \quad (31)$$

описывает профили плотности заряда

$$\rho_e^0(r_\perp) = -\frac{\Omega_0 B_0}{\pi c} K(r_\perp) \quad (32)$$

и плотности тока $j_z^0 = \rho_e^0 c$. В частности, $K(0) = 1/2$ и

$$\pi \int_0^{r_{\text{jet}}} K(r') r' dr' = 0, \quad (33)$$

то есть суммарный электрический заряд и продольный ток в джете отсутствуют. Наконец, возмущение электрического потенциала $\Phi(r_\perp, z)$ и магнитного потока $\Psi(r_\perp, z)$ могут быть переписаны как

$$\Phi(r_\perp, z) = \frac{B_0}{c} \left[\int_0^{r_\perp} \Omega_F(r') r' dr' + \Omega_0 r_\perp^2 \delta(r_\perp, z) \right], \quad (34)$$

$$\Psi(r_\perp, z) = \pi B_0 r_\perp^2 [1 + \varepsilon f(r_\perp, z)]. \quad (35)$$

Это дает

$$B_r = -\frac{\varepsilon}{2} r_\perp B_0 \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (36)$$

$$B_\varphi = -\frac{\Omega_0 r_\perp}{c} B_0 \left[\frac{\Omega_F}{\Omega_0} + \zeta(r_\perp, z) \right], \quad (37)$$

$$B_z = B_0 \left[1 + \frac{\varepsilon}{2 r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 f) \right], \quad (38)$$

$$E_r = -\frac{\Omega_0 r_\perp}{c} B_0 \left[\frac{\Omega_F}{\Omega_0} + \frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) \right], \quad (39)$$

$$E_z = -\frac{\Omega_0 r_\perp^2}{c} B_0 \frac{\partial \delta}{\partial z}. \quad (40)$$

Как мы видим, значение $|\delta| \sim 1$ и $|\varepsilon f| \sim 1$ соответствуют почти полной диссипации потока вектора Пойтинга.

Подставляя теперь выражения (26)–(40) в (14)–(16), мы получаем в первом порядке аппроксимации следующую линейную систему уравнений:

$$-\frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \zeta) = 2(\eta^+ - \eta^-) - 2 [(\lambda - K) \xi_z^+ - (\lambda + K) \xi_z^-], \quad (41)$$

$$2(\eta^+ - \eta^-) + \frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} \left[r_\perp \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) \right] + r_\perp^2 \frac{\partial^2 \delta}{\partial z^2} = 0, \quad (42)$$

$$r_\perp \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 2 [(\lambda - K) \xi_r^+ - (\lambda + K) \xi_r^-], \quad (43)$$

$$-\varepsilon r_\perp^2 \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \varepsilon r_\perp \frac{\partial}{\partial r_\perp} \left[\frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 f) \right] = 4 \frac{\Omega_0 r_\perp}{c} [(\lambda - K) \xi_\varphi^+ - (\lambda + K) \xi_\varphi^-], \quad (44)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\xi_r^+ \gamma^+) = -\xi_r^+ F_d (\gamma^+)^2 + 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left[-\frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) + r_\perp \zeta - r_\perp \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \xi_z^+ + \frac{c}{\Omega_0} \xi_\varphi^+ \right], \quad (45)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\xi_r^- \gamma^-) = -\xi_r^- F_d (\gamma^-)^2 - 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left[-\frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) + r_\perp \zeta - r_\perp \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \xi_z^- + \frac{c}{\Omega_0} \xi_\varphi^- \right], \quad (46)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\gamma^+) = -F_d (\gamma^+)^2 + 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left(-r_\perp^2 \frac{\partial \delta}{\partial z} - r_\perp \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \xi_r^+ \right), \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\gamma^-) = -F_d (\gamma^-)^2 - 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left(-r_\perp^2 \frac{\partial \delta}{\partial z} - r_\perp \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \xi_r^- \right), \quad (48)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\xi_\varphi^+ \gamma^+) = -\xi_\varphi^+ F_d (\gamma^+)^2 + 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left(-\frac{\varepsilon c r_\perp}{2 \Omega_0} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{c}{\Omega_0} \xi_r^+ \right), \quad (49)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\xi_\varphi^- \gamma^-) = -\xi_\varphi^- F_d (\gamma^-)^2 - 4 \frac{\lambda \sigma_M}{r_{\text{jet}}^2} \left(-\frac{\varepsilon c r_\perp}{2 \Omega_0} \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{c}{\Omega_0} \xi_r^- \right). \quad (50)$$

здесь снова σ_M (2) означает параметр замагниченности Майкеля, и $F_d \approx l_a/R$ - нормиро-

ванная сила радиационного трения

$$F_d = \frac{4}{3} \frac{\sigma_T U_{\text{iso}}}{m_e c^2}. \quad (51)$$

3.2.2 Нулевое МГД-приближение

Как мы уже подчеркивали, выражение (20) может быть рассмотрено как нулевое бессилое приближение, описывающее цилиндрическое течение безмассовых частиц. В отсутствие силы радиационного трения мы можем найти точное МГД-решение, описывающее чисто цилиндрическое течение. Таким образом, как можно легко заметить, для

$$(\lambda - K) \xi_z^+ = (\lambda + K) \xi_z^-, \quad (52)$$

и

$$\xi_\varphi^\pm = x \xi_z^\pm \quad (53)$$

цилиндрическое течение с $\xi_r^\pm = 0$, $\zeta = \delta = \varepsilon f = 0$ приводит к $\partial/\partial z = 0$. Здесь и ниже мы используем безразмерное расстояние от оси джета $x_0 = \Omega_0 r_\perp / c$, и

$$x = \frac{\Omega_F(r_\perp) r_\perp}{c}. \quad (54)$$

Как мы видим, в этом случае необходимо ввести малые разности в скорости частиц

$$\xi_z^+ - \xi_z^- = \frac{2K}{\lambda} \xi_z \sim \lambda^{-1} \xi_z, \quad (55)$$

где $\xi_z = (\xi_z^+ + \xi_z^-)/2$ является гидродинамической скоростью. Это не удивительно, потому что уравнения(41)–(50) сейчас описывают течение уже в магнитогиродинамическом (но не бессилом) приближении. С другой стороны, средняя энергия частиц остается все еще произвольной функцией.

Ниже мы используем следующие обозначения:

$$\Gamma = \frac{\gamma^+ + \gamma^-}{2}, \quad G = \gamma^+ - \gamma^-, \quad (56)$$

$$P_+ = \frac{\xi_z^+ + \xi_z^-}{2}, \quad P_- = \xi_z^+ - \xi_z^-, \quad (57)$$

$$Q_+ = \frac{\xi_\varphi^+ + \xi_\varphi^-}{2}, \quad Q_- = \xi_\varphi^+ - \xi_\varphi^-, \quad (58)$$

Наконец, как свободную функцию мы выбрали

$$\Gamma^2 = \Gamma_0^2 + x^2, \quad (59)$$

где $\Gamma_0 \sim 1$ и есть свободный параметр. Выражение (59) соответствует хорошо известному аналитическому решению, полученному во многих работах, например в [24] и ссылках в ней. Теперь, используя соотношения (52)–(54), можно получить

$$Q_{\pm} = xP_{\pm}, \quad (60)$$

$$P_- = 2\frac{K}{\lambda}P_+, \quad (61)$$

$$Q_- = 2\frac{K}{\lambda}Q_+, \quad (62)$$

$$G = -\Gamma^3(1 - x^2P_+)P_-, \quad (63)$$

где

$$P_+ = \frac{1}{\Gamma(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - x^2})}. \quad (64)$$

В последнем выражении мы поставили квадратный корень в знаменатель, чтобы избежать вычитания двух почти одинаковых значений Γ и $\sqrt{\Gamma^2 - x^2}$ в числителе.

3.3 Дрейфовое приближение

3.3.1 Двухжидкостные эффекты

Сейчас мы можем использовать МГД-решение без трения (54)–(55) и (59)–(64) как нулевое приближение и оценить действие силы радиационного трения, найдя малые поправки в линейном приближении. Ясно, что в этом случае все возмущения, включая продольное электрическое поле E_{\parallel} , будут пропорциональны силе радиационного трения F_d . При некоторых условиях электрическая сила eE_{\parallel} , действующая на заряд, может быть больше, чем тормозящая сила трения F_d . В этом случае один из видов частиц ускоряется, пока другой вид тормозится более эффективно, чем под действием только одной силы радиационного трения, что приводит к полной остановке в некоторой точке. И это условие уже соответствует негидродинамическому режиму. Из этих соображений определение отношения $eE_{\parallel}/F_{\text{drag}}$ является одной из главных целей нашего рассмотрения.

Уравнения (41)–(50) могут быть рассмотрены в дрейфовом приближении. В самом деле, известные выражения для скорости дрейфа

$$\mathbf{V}_{\text{dr}} = c \frac{(e\mathbf{E} + \mathbf{F}_{\text{drag}}) \times \mathbf{B}}{eB^2} \quad (65)$$

фиксирует две компоненты скорости, перпендикулярные магнитному полю \mathbf{B} .

Необходимо помнить, что при наличии любой силы \mathbf{F} , имеющей компоненту, направленную вдоль магнитного поля, выражение (65) уже недействительно. С другой стороны, двигаясь в системе отсчета, в которой сила \mathbf{F} параллельна магнитному полю, можно найти, что

$$\frac{|V_{\text{d}}|}{c} = \frac{1 + \epsilon_{\perp}^2 + \epsilon_{\parallel}^2 - \sqrt{(1 - \epsilon_{\perp}^2)^2 + \epsilon_{\parallel}^2(2 + 2\epsilon_{\perp}^2 + \epsilon_{\parallel}^2)}}{2\epsilon_{\perp}}, \quad (66)$$

где $\epsilon_{\perp, \parallel} = F_{\perp, \parallel}/eB$, направление скорости дрейфа остается прежним. Как мы видим, разница со стандартным выражением (65) $|V_{\text{dr}}|/c = \epsilon_{\perp}$ пропорциональна ϵ_{\parallel}^2 . Следовательно, в линейном приближении нашего рассмотрения этой поправкой можно пренебречь.

В результате, определяя все компоненты скорости и подставляя их в уравнения движения (47)–(48), как показано в части 4, можно получить

$$\frac{\partial \gamma^{\pm}}{\partial z} = -\frac{(1 - x^2 P_+)^2}{(1 + x^2)} F_{\text{d}}(\gamma^{\pm})^2 \mp \frac{4\lambda\sigma_{\text{M}}(1 - x^2 P_+)}{r_{\text{jet}}^2(1 + x^2)} \left(-r_{\perp}^2 \frac{\partial \delta}{\partial z} + r_{\perp}^2 \frac{\Omega_{\text{F}} \varepsilon}{\Omega_0} \frac{\partial f}{\partial z} \right). \quad (67)$$

Выражение (67) (которое является одним из ключевых результатов нашего рассмотрения) так же может быть получено непосредственно из основного выражения

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = (\mathbf{F}_{\text{drag}} + e\mathbf{E})\mathbf{v}, \quad (68)$$

в дрейфовом приближении (65) выглядящего как

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = (F_{\parallel} + eE_{\parallel})v_{\parallel}. \quad (69)$$

Другими словами, только продольная компонента силы (и только продольная компонента скорости) может менять энергию частиц. Появление фактора $(1 + x^2)^{-1}$ и

$$(1 - x^2 P_+) = \frac{\Gamma_0}{\Gamma} \ll 1 \quad (70)$$

следует прямо из этого.

Как мы видим, в добавление к силе радиационного трения (первое слагаемое), всегда уменьшающей энергию частиц, уравнение (67) содержит действие продольного электрического поля E_{\parallel} , имеющего две компоненты. К возмущению электрического потенциала δ добавляется параллельное электрическое поле E_{\parallel} , которое появляется из-за возмущения магнитных поверхностей εf . Последнее слагаемое, очевидно, пропадает, если

$$\delta = \frac{\varepsilon \Omega_F}{2 \Omega_0} f, \quad (71)$$

что означает эквипотенциальность магнитных поверхностей. Таким образом, можно заключить, что самосогласованное рассмотрение продольного электрического поля содержит не только возмущения электрического поля δ , но и возмущения магнитных поверхностей εf .

Как мы уже подчеркивали раньше, все линейные возмущения пропорциональны силе радиационного трения F_d . Чтобы определить эти зависимости, введем величины

$$g_+ = \frac{\delta\gamma^+ + \delta\gamma^-}{2}, \quad g_- = \delta\gamma^+ - \delta\gamma^-, \quad (72)$$

$$p_+ = \frac{\delta\xi_z^+ + \delta\xi_z^-}{2}, \quad p_- = \delta\xi_z^+ - \delta\xi_z^-, \quad (73)$$

$$q_+ = \frac{\delta\xi_\varphi^+ + \delta\xi_\varphi^-}{2}, \quad q_- = \delta\xi_\varphi^+ - \delta\xi_\varphi^-. \quad (74)$$

Подставляя их в (41)–(50), мы получаем

$$q_- = xp_-, \quad (75)$$

$$q_+ = xp_+ + \frac{1}{R_L} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) - x_0 \zeta, \quad (76)$$

$$g_+ = -\Gamma^3 p_+ + x\Gamma^3 P_+ q_+ + \frac{1}{4} x\Gamma^3 P_- q_-, \quad (77)$$

$$g_- = -\Gamma^3 (1 - x^2 P_+) p_- + x\Gamma^3 P_- q_+, \quad (78)$$

$$g_+ = -\frac{(1 - x^2 P_+)^2}{1 + x^2} \Gamma^2 (F_d z), \quad (79)$$

$$g_- = -\frac{8\lambda\sigma_M(1 - x^2 P_+)}{1 + x^2} \frac{r_\perp^2}{r_{\text{jet}}^2} \left(\delta - \frac{1}{2} \frac{\Omega_F}{\Omega_0} \varepsilon f \right), \quad (80)$$

$$\zeta = -\frac{A}{\sigma_M} \Gamma^2 (F_d z) + 4K \frac{xx_0}{1 + x^2} \delta + 2K \frac{1 - x^2 P_+}{1 + x^2} \varepsilon f, \quad (81)$$

$$\frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} \left[r_{\perp} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} (r_{\perp}^2 \delta) \right] + r_{\perp}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta - \frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} (r_{\perp}^2 \zeta) = -2\lambda p_{-} + 4K p_{+}, \quad (82)$$

$$-r_{\perp}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\varepsilon f) - r_{\perp} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} \left[\frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} (r_{\perp}^2 \varepsilon f) \right] = 4\lambda x x_0 p_{-} - 8x_0 K q_{+}. \quad (83)$$

Как показано в части 4, система уравнений (75)–(83) может быть переписана как два обычных дифференциальных уравнения второго порядка (121)–(122) для $D = x_0^2 \delta$ и $F = \varepsilon x x_0 f$. В результате, снаружи светового цилиндра

$$\frac{d^2}{dx_0^2} \left(D - \frac{F}{2} \right) - \frac{16\lambda^2 \sigma_M}{\Gamma^3 x_{\text{jet}}^2} \left(D - \frac{F}{2} \right) + \dots = 0. \quad (84)$$

Следовательно, верным решением (121)–(122) является быстро затухающее поведение $(D - F/2) \rightarrow 0$ на характерном масштабе $\Delta r_{\perp} \ll r_{\text{jet}}$, где

$$\Delta r_{\perp} = \frac{\Gamma^{3/2}}{4\lambda \sigma_M^{1/2}} r_{\text{jet}}. \quad (85)$$

Таким образом, для $\Delta r_{\perp} \ll r_{\text{jet}}$ (и для $\lambda \sigma_M \gg 1$) можно пренебречь левой частью уравнения (80). Как мы видим, в этом случае мы возвращаемся к условию одножидкостной МГД (71). Находя теперь q_{+} из (77) и ζ из (76), на больших поперечных размерах ($x \gg 1$) мы получаем два уравнения для p_{-} и δ

$$2\lambda p_{-} - \frac{4K x x_0 P_{+}}{(1 - x^2 P_{+})} \frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} (r_{\perp}^2 \delta) + \frac{16K^2 (x^2 + 1 - x^2 P_{+}) x_0^2 P_{+}}{(1 + x^2)(1 - x^2 P_{+})} \delta = \frac{4K x x_0 P_{+}}{(1 - x^2 P_{+})} \frac{A \Gamma^2}{\sigma_M} (F_{\text{d}} z) - 2 \frac{A \Gamma^2}{\sigma} (F_{\text{d}} z), \quad (86)$$

$$4\lambda x x_0 p_{-} - \frac{8K x_0^2}{(1 - x^2 P_{+})} \frac{1}{r_{\perp}} \frac{\partial}{\partial r_{\perp}} (r_{\perp}^2 \delta) + \frac{32K^2 x_0^3 x}{(1 - x^2 P_{+})(1 + x^2)} \delta = \frac{8K x_0 x}{(1 - x^2 P_{+})} \frac{A \Gamma^2}{\sigma} (F_{\text{d}} z). \quad (87)$$

Здесь

$$A(r_{\perp}) = \frac{r_{\text{jet}}^2}{r_{\perp}^2} \left[1 - \frac{(1 - x^2 P_{+})^2}{1 + x^2} \right] \frac{\Omega_0}{\Omega_{\text{F}}}, \quad (88)$$

если $x^2 A \sim x_{\text{jet}}^2 \gg 1$ ($A \sim 1$ для $x \sim x_{\text{jet}}$), и мы пренебрегаем всеми членами, содержащими $\partial^2/\partial z^2$ (для малой F_{d} производная вдоль джета тоже мала), x^{-2} и $(1 - x^2 P_{+}) \ll 1$. Полная версия уравнения приведена в части 4.

3.3.2 Качественное рассмотрение

Сначала обсудим результаты, полученные выше, качественно; соответствующее точное рассмотрение будет дано в следующей части. Сначала, оценивая $r_{\perp}^{-1} \partial(r_{\perp}^2 \delta)/\partial r_{\perp}$ как δ ,

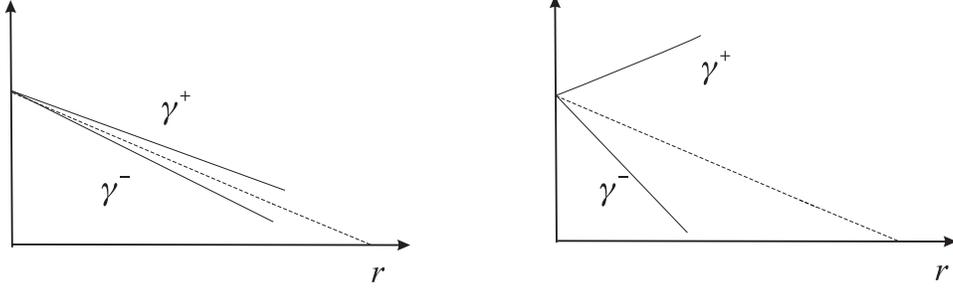


Рис. 2: Гидродинамический ($|g_-| \ll |g_+|$) и негидродинамический ($|g_-| > |g_+|$) режимы действия силы радиационного трения. В первом случае Лоренц-фактор электронов γ^- и позитронов γ^+ почти совпадают со средним значением Γ . Во втором случае один из видов частиц ускоряется, а другой тормозится как силой радиационного трения, так и продольным электрическим полем и, в результате, полностью останавливается в некоторой точке.

можно получить

$$\delta \sim \frac{A}{\sigma_M} \Gamma^2 (F_d z), \quad (89)$$

$$p_- \sim \frac{2KA}{\lambda \sigma_M (1 - x^2 P_+)} \Gamma^2 (F_d z). \quad (90)$$

Как видно, выражение (89) для δ и условие $|\delta| \sim 1$ для полного затухания потока вектора Пойтинга немедленно воспроизводят нашу оценку (11) для длины $L_{dr} = \sigma_M m_e c^2 / F_{drag}$; сейчас это может быть переписана как

$$L_{dr} \sim \frac{\sigma_M}{\Gamma^2 F_d}. \quad (91)$$

Далее, используя выражение (90) для p_- вместе с (75) и (77), получаем

$$g_- \sim \frac{A}{\lambda \sigma_M} \Gamma^5 (F_d z). \quad (92)$$

Вместе с (79) это дает

$$\frac{g_-}{g_+} \sim \frac{1}{\lambda \sigma_M} \frac{(1 + x^2) A}{(1 - x^2 P_+)^2} \Gamma^3. \quad (93)$$

Отношение (93), являющееся одним из главных результатов, разделяет гидродинамический и негидродинамический режимы действия силы радиационного трения. Таким

образом, для достаточно большого параметра множественности $\lambda > \lambda_*$, где

$$\lambda_* = \frac{x_{\text{jet}}^2 \Gamma^3}{\sigma_M (1 - x^2 P_+)^2}, \quad (94)$$

разность Лоренц-факторов электронов и позитронов пренебрежима и мы работаем с одножидкостной МГД. С другой стороны, для $|g_-| > |g_+|$ сила трения F_{drag} меньше, чем электростатическая сила eE_{\parallel} . В результате, как показано на рисунке 2, один из видов ускоряется, пока другой эффективно тормозится под действием силы радиационного трения и возмущенного потенциала и, наконец, останавливается в некоторой точке. Ясно, что в последнем случае само гидродинамическое описание невозможно. Выражение (94) может быть переписана как

$$\lambda \sigma_M = \frac{x_{\text{jet}}^2 \Gamma^5}{\Gamma_0^2}, \quad (95)$$

мы видим, что согласно(3) негидродинамический режим может быть реализован для малых $W_{\text{tot}} < W_*$, где

$$W_* = \frac{x_{\text{jet}}^4 \Gamma^{10}}{\Gamma_0^4} W_A \quad (96)$$

и снова $W_A = m_e^2 c^5 / e^2 \approx 10^{17}$ erg/s.

Далее, для одножидкостного приближения, отвечающего условию $|g_-| \ll |g_+|$ мы можем написать

$$\frac{\partial}{\partial z} \Gamma = - \frac{(1 - x^2 P_+)^2}{1 + x^2} F_d \Gamma^2. \quad (97)$$

Это решение можно использовать только для малых возмущения Лоренц-фактора Γ . Тем не менее, мы снова можем оценить расстояние L_{Γ} значительного уменьшения энергии движения частиц $m_e c^2 \Gamma$ на масштабах L

$$L_{\Gamma} \sim \frac{x_{\text{jet}}^2 \Gamma}{\Gamma_0^2 F_d}. \quad (98)$$

Как мы видим, это расстояние много больше, чем L_{dr} . Это не удивительно, так как в линейном приближении, как уже подчеркивалось, энергия частиц остается почти постоянной. По этой причине невозможно использовать значение L_{Γ} в качестве оценки для длины замедления. Соответственно, в негидродинамическом режиме расстояние L_{st} для

точки остановки может быть оценена как

$$L_{\text{st}} \sim \frac{\lambda \sigma_{\text{M}}}{\Gamma^4 F_{\text{d}}}. \quad (99)$$

3.3.3 Подробный анализ

Наконец, ниже мы представим результат численного интегрирования линейной системы уравнений (86)–(87). Выражая p_- и пренебрегая производной $\partial/\partial z$, можно получить обычное дифференциальное уравнение второго порядка на δ . Это уравнение имеет вид (см. часть 4)

$$\begin{aligned} & 2x \frac{d}{dx_0} \left[x_0 \frac{d}{dx_0} D \right] - 2x_0 \frac{d}{dx_0} \left[\frac{1}{x_0} \frac{d}{dx_0} \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_{\text{F}}} D \right) \right] - \frac{32K^2 x_0 (x^2 + 1 - x^2 P_+)}{x(1+x^2)} D \\ & - 8x \frac{d}{dx_0} \left[K \frac{(x_0 x + \Omega_0/\Omega_{\text{F}} - x^2 P_+ \Omega_0/\Omega_{\text{F}})}{(1+x^2)} D \right] + 8K x_0 \frac{d}{dx_0} D = -2x \frac{d}{dx_0} [x_0^2 \mathcal{G}] - 8K x_0^2 \mathcal{G}, \end{aligned} \quad (100)$$

где $D = x_0^2 \delta$, $\mathcal{G} = A\Gamma^2(F_{\text{d}}z)/\sigma_{\text{M}}$ и снова $x_0 = \Omega_0 r_{\perp}/c$ и $x = \Omega(r_{\perp})r_{\perp}/c$. В качестве угловой скорости $\Omega_{\text{F}}(r_{\perp})$, которая определяет коэффициент K (33), мы используем простейшее соотношение

$$\Omega_{\text{F}}(r_{\perp}) = \Omega_0 \left(1 - \frac{r_{\perp}^2}{r_{\text{jet}}^2} \right) \quad (101)$$

отвечающее нулевому суммарному заряду и электрическому току внутри джета $\Omega_{\text{F}}(r_{\text{jet}}) = 0$.

Дополнительное замечание должно быть сделано относительно граничных условия. Для того, чтобы избежать появления продольного электрического поля на оси джета, необходимо положить $D(0) = 0$ (см. часть 5). Вместе с условием регулярного прохождения на световом цилиндре $x = 1$ позволяют нам получить полное решение задачи.

Как показано на графике 3, решение уравнения (100) дает отрицательное во всей внешней области значение возмущение электрического потенциала δ . Это означает, что возмущение δ , возникающее из-за силы радиационного трения, постепенно компенсирует электрический потенциал джета (верхнюю кривую). Более того, из рисунка 4 видно, что наши оценки (89) достаточно хорошо воспроизводят точное решение уравнения (100). Ясно, что F тоже отрицательно в области (71) и в нашем рассмотрении (U_{iso} постоянно)

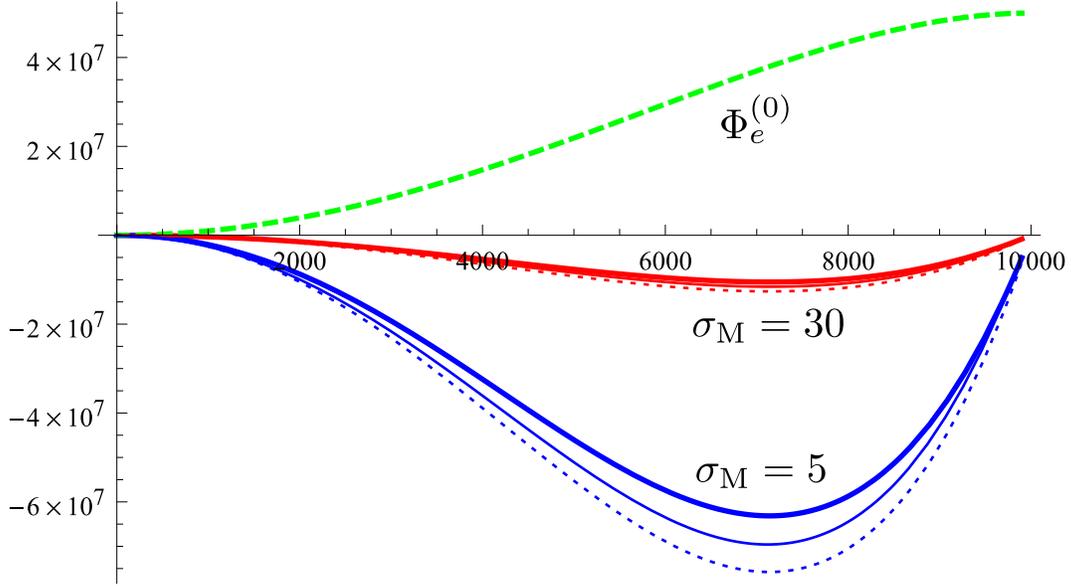


Рис. 3: Решение уравнения (100) для $D = x_0^2 \delta$ во внешней области джета ($x > 1$) для разных значений σ_M и параметра $F_d z$. Три линии одного цвета соответствуют значениям 1, 1.1, 1.2 параметра $F_d z$. Верхняя кривая соответствует невозмущенному потенциалу.

линейно по z . Это позволяет нам переписать магнитный поток как

$$\Psi(r_{\perp}, z) = \pi B_0 r_{\perp}^2 (1 - Cz), \quad (102)$$

где $C > 0$. Это приводит к появлению положительной радиальной компоненты магнитного поля (36) и, наконец, к деколлимации джета. Но можно легко проверить, что ширина джета существенно увеличивается только для $\delta \sim 1$, когда почти вся электромагнитная энергия будет переведена в фотоны из-за эффекта обратного Комптона.

4 Линеаризация в дрейфовом приближении

В эту часть вошли вычисления, не представляющие физического интереса, но позволяющие более подробно отследить проделанные нами шаги. Здесь мы определим линейные поправки к цилиндрическому бессилому течению в дрейфовом приближении. Сначала, используя определение (36)–(38) для суммарного магнитного поля \mathbf{B} и выражения

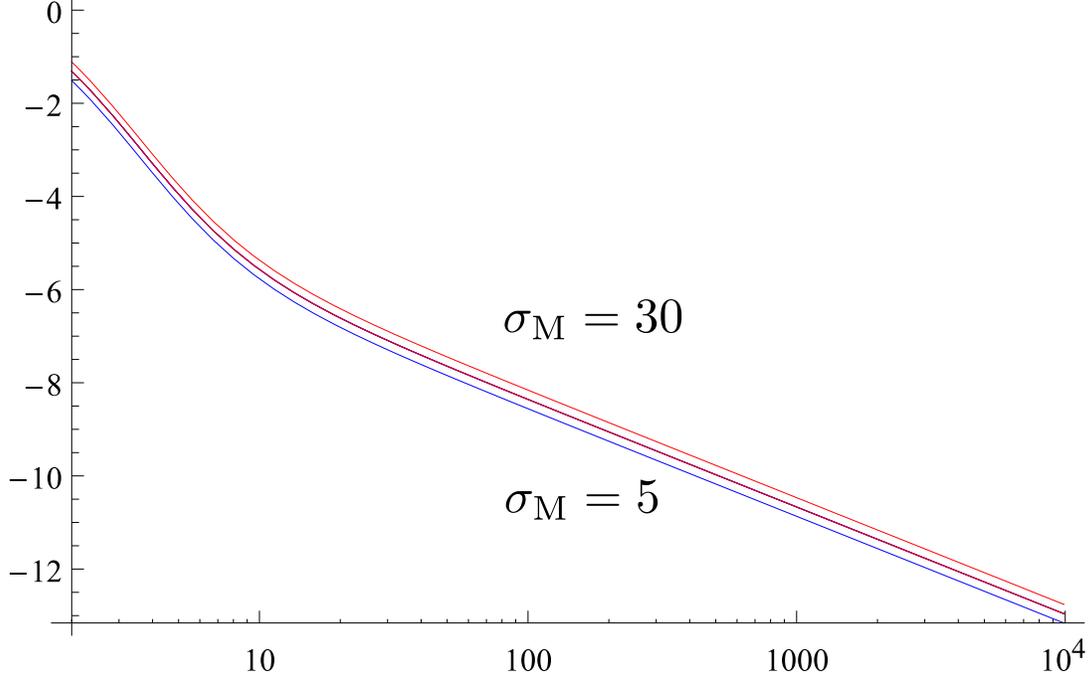


Рис. 4: безразмерная функция k_δ . Видно, что она не зависит от параметра σ_M .

$\mathbf{V}_\parallel = (\mathbf{V}\mathbf{B})\mathbf{B}/B^2$ и $\mathbf{V}_\perp = \mathbf{V} - \mathbf{V}_\parallel$ для любого вектора \mathbf{V} , мы получаем

$$e_\perp^r = -x - x_0 \frac{1}{r_\perp} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta), \quad (103)$$

$$e_\perp^\varphi = \frac{x}{(x^2 + 1)} \left(\frac{1}{2} x r_\perp \frac{\partial f}{\partial z} - x_0 r_\perp \frac{\partial \delta}{\partial z} \right), \quad (104)$$

$$e_\perp^z = -x_0 r_\perp \frac{\partial \delta}{\partial z} - \frac{1}{x^2 + 1} \left(\frac{1}{2} x r_\perp \frac{\partial f}{\partial z} - x_0 r_\perp \frac{\partial \delta}{\partial z} \right), \quad (105)$$

$$F_\perp^\varphi = -\frac{F_d \gamma^2}{\sqrt{1 - 2\xi_z + \xi_\varphi^2}} \frac{(x + \xi_\varphi)}{1 + x^2}, \quad (106)$$

$$F_\perp^z = -\frac{F_d \gamma^2 x}{\sqrt{1 - 2\xi_z + \xi_\varphi^2}} \frac{(x + \xi_\varphi)}{1 + x^2}, \quad (107)$$

$$F_\perp^r = 0. \quad (108)$$

Здесь $|\xi| = \sqrt{1 - 2\xi_z + \xi_\varphi^2}$. Используя это выражение для того, чтобы найти дрейфовую

скорость, мы можем получить для r -компоненты дрейфовой скорости

$$\xi_r^{\text{dr}} = -\frac{x + \xi_\varphi}{x^2 + 1} F_d \gamma^2 - \frac{x x_0 r_\perp}{x^2 + 1} \frac{\partial \delta}{\partial z}. \quad (109)$$

и для r -компоненты продольной скорости

$$(\xi_\parallel)_r = -\frac{\varepsilon}{2} \frac{1 - x \xi_\varphi}{1 + x^2} r_\perp \frac{\partial f}{\partial z}. \quad (110)$$

Подставляя теперь это выражение в (47)–(48) и вспоминая, что $\xi_\varphi \approx xP_+$, мы в результате получаем (67).

Далее, комбинируя (43), (47)–(48), и (67), мы можем найти

$$r_\perp \frac{\partial \zeta}{\partial z} = 4Kr_\perp \frac{\Omega_0}{\Omega_F} \frac{\partial \delta}{\partial z} - F_d \Gamma^2 \left[1 - \frac{(1 - x^2 P_+)^2}{(1 + x^2)} \right] \frac{\Omega_0}{\Omega_F} \frac{r_{\text{jet}}^2}{r_\perp} + \frac{4K\Omega_0}{r_\perp \Omega_F} \frac{(1 - x^2 P_+)}{(1 + x^2)} \left(-r_\perp^2 \frac{\partial \delta}{\partial z} + r_\perp^2 \frac{\varepsilon \Omega_F}{2\Omega_0} \frac{\partial f}{\partial z} \right), \quad (111)$$

где мы положили $(\gamma^+)^2 + (\gamma^-)^2 = 2\Gamma^2$. Интегрируя, получаем

$$\zeta = \frac{A}{\sigma} \int F_d \Gamma^2 dz + 4K \frac{xx_0}{x^2 + 1} \delta + 2K \frac{(1 - x^2 P_+)}{(1 + x^2)} \varepsilon f, \quad (112)$$

где A дается выражением (88). Наконец, вычитая выражение (46) из (45) и пренебрегая левой стороной уравнения, можно получить следующее выражение:

$$q_+ = xp_+ + \frac{1}{R_L} \frac{\partial}{\partial r_\perp} (r_\perp^2 \delta) - x_0 \zeta, \quad (113)$$

где снова $R_L = c/\Omega_0$ является радиусом светового цилиндра.

Наконец, используя определение (56)–(58) и выражая γ^+ и γ^- через Γ и G , мы имеем

$$\frac{1}{(\Gamma + G/2)^2} = 2 \left(P_+ + \frac{P_-}{2} \right) - \left(Q_+ + \frac{Q_-}{2} \right)^2, \quad (114)$$

$$\frac{1}{(\Gamma - G/2)^2} = 2 \left(P_+ - \frac{P_-}{2} \right) - \left(Q_+ - \frac{Q_-}{2} \right)^2. \quad (115)$$

Эти два выражения дают нам $G \ll \Gamma$

$$G = -\Gamma^3 (1 - x^2 P_+) P_-, \quad (116)$$

и

$$g_- = -(1 - x^2 P_+) \Gamma^3 p_- + x P_- \Gamma^3 q_+. \quad (117)$$

Эти соотношения приводят нас к системе уравнений (75)–(83). Вкратце, уравнения (79) и (80) получены из (67), уравнение (82) из (41) и (42) в новых переменных, и (83) в точности есть уравнение (44).

В результате, выражая p_+ из (77) и подставляя его вместе с ζ в (76), мы получаем

$$q_+ = -\frac{x}{\Gamma^3(1-x^2P_+)}g_+ + \frac{1}{(1-x^2P_+)}\frac{1}{R_L}\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\delta) + \frac{x_0}{(1-x^2P_+)}\left[\frac{A}{\sigma}\Gamma^2(F_{dz}) - \frac{4Kxx_0}{1+x^2}\delta - \frac{2K(1-x^2P_+)}{1+x^2}\varepsilon f\right]. \quad (118)$$

подставляя это выражение в (83), мы находим

$$4\lambda xx_0p_- + r_\perp\frac{\partial}{\partial r_\perp}\left[\frac{1}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\varepsilon f)\right] + \frac{16K^2x_0^2}{1+x^2}\varepsilon f + \frac{32K^2x_0^3x}{(1-x^2P_+)(1+x^2)}\delta - \frac{8Kx_0^2}{(1-x^2P_+)}\frac{1}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\delta) + r_\perp^2\frac{\partial^2\varepsilon f}{\partial z^2} = \frac{8Kx_0^2}{(1-x^2P_+)}\frac{A}{\sigma}\mathcal{G} - \frac{8Kxx_0(1-x^2P_+)}{1+x^2}\frac{\mathcal{G}}{\Gamma^3}. \quad (119)$$

где $\mathcal{G} = \Gamma^2(F_{dz})$.

Подставляя (81) в (82) и выражая p_+ , мы получаем уравнение второго порядка

$$2\lambda p_- + \frac{16K^2x_0^2P_+(x^2+1-x^2P_+)}{(1+x^2)(1-x^2P_+)}\delta + r_\perp^2\frac{\partial^2\delta}{\partial z^2} + \frac{1}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}\left[r_\perp\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\delta)\right] - \frac{4}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}\left[r_\perp^2K\frac{xx_0}{1+x^2}\delta\right] - \frac{2}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}\left[r_\perp^2K\frac{(1-x^2P_+)}{1+x^2}\varepsilon f\right] - \frac{4Kxx_0P_+}{(1-x^2P_+)}\frac{1}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\delta) = -\frac{1}{r_\perp}\frac{\partial}{\partial r_\perp}(r_\perp^2\frac{A}{\sigma}\mathcal{G}) + \frac{4Kxx_0P_+}{(1-x^2P_+)}\frac{A}{\sigma}\mathcal{G} + \frac{4K(1-x^2P_+)}{\Gamma^3(1+x^2)}\mathcal{G}. \quad (120)$$

Пренебрегая теперь продольной производной $\partial^2/\partial z^2$, можно переписать систему уравнений (119)–(120) как два обычных дифференциальных уравнения второго порядка для $D = x_0^2\delta$ and $F = xx_0\varepsilon f$

$$\frac{d^2D}{dx_0^2} = -\frac{1}{x_0}\frac{dD}{dx_0} + \frac{1}{x_0}\frac{dY}{dx_0} - 2\lambda p_- + 4Kp_+, \quad (121)$$

$$\frac{d^2F}{dx_0^2} = 8Kxq_+ - \left[\frac{1}{x_0} + 2x\frac{d}{dx_0}\left(\frac{1}{x}\right)\right]\frac{dF}{dx_0} - \frac{1}{x_0^2} - 4\lambda x^2p_- - \left[x\frac{d^2}{dx_0^2}\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{x}{x_0}\frac{d}{dx_0}\left(\frac{1}{x}\right)\right]F. \quad (122)$$

Здесь $Y = x_0^2\zeta$

$$Y = \frac{4Kxx_0}{(1+x^2)}D + \frac{2Kx_0(1-x^2P_+)}{x(1+x^2)}F - \frac{Ax_0^2}{\sigma_M}\mathcal{G}, \quad (123)$$

и

$$\lambda p_- = \frac{8\lambda^2\sigma_M}{\Gamma^3x_{jet}^2(1+x^2)}\left(D - \frac{1}{2}F\right) + \frac{2KP_+x}{1+x^2}\frac{\mathcal{G}}{\Gamma^3} + \frac{2KP_+}{(1-x^2P_+)^2}\frac{\partial}{\partial x_0}D - \frac{2KP_+}{x_0(1-x^2P_+)^2}Y,$$

$$\begin{aligned}
p_+ &= \frac{1 - x^2 P_+}{1 + x^2} \frac{\mathcal{G}}{\Gamma^3} + \frac{x P_+}{1 - x^2 P_+} \frac{\partial}{\partial x_0} D - \frac{x P_+ Y}{x_0 (1 - x^2 P_+)}, \\
q_+ &= \frac{(1 - x^2 P_+) x}{\Gamma^3 (1 + x^2)} \mathcal{G} + \frac{1}{(1 - x^2 P_+)} \frac{dD}{dx_0} - \frac{Y}{x_0 (1 - x^2 P_+)} \quad (124)
\end{aligned}$$

Снаружи светового цилиндра $x_0 \gg 1$ это дает

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D - \frac{F}{2} \right) - \frac{16\lambda^2 \sigma_M}{\Gamma^3 x_{\text{jet}}^2} \left(D - \frac{F}{2} \right) + \dots = 0. \quad (125)$$

Следовательно, физическая ветвь уравнения (121)–(122) отвечает быстро затухающему решению $(D - F/2) \rightarrow 0$ с характерным масштабом затухания $\Delta x \ll 1$

$$(\Delta x)^2 = \frac{\Gamma^3 x_{\text{jet}}^2}{16\lambda^2 \sigma_M}. \quad (126)$$

Наконец, для $D = F/2$, то есть в МГД-приближении (т.е., для $E_{\parallel} = 0$) уравнения (119)–(120) переходят в (86)–(87). Выражая теперь p_- из (119) и подставляя в (120), мы получаем (100).

5 Модельное рассмотрение

Граничное условие $D(0) = 0$ в уравнении (100) является одним из ключевых нетривиальных свойств решения, обсуждаемого выше. Дело в том, что любая конечная центральная машина с магнитным полем дипольного типа производит квадрупольное электрическое поле таким образом, чтобы разность потенциалов между магнитным полюсом и бесконечностью не исчезала. Наоборот, наше решение соответствует нулевому (точнее, очень небольшому) электрическому полю E_z вдоль оси вращения.

Для того, чтобы продемонстрировать возможность для продольного электрического поля E_z быть малым (и исчезать на бесконечности), введем электрический потенциал в области $z > 0$ в виде

$$\Phi_e = \frac{\Omega_0 B_0}{c} r_{\text{jet}}^2 \left(\mathcal{C} + \frac{1}{2} \frac{r_{\perp}^2}{r_{\text{jet}}^2} - \frac{1}{4} \frac{r_{\perp}^4}{r_{\text{jet}}^4} \right) \exp \left(-\frac{z^2}{L_{\text{dr}}^2} \right), \quad (127)$$

где мы использовали выражение (101) для угловой скорости Ω_F . Для $L_{\text{dr}} \rightarrow \infty$ это соответствует электрическому полю $E_r^{(0)}$ (23) для произвольной константы \mathcal{C} . В частности,

это дает такую же плотность заряда в нулевом порядке ρ_e (32). С другой стороны, $C < 0$ ($|C| \sim 1$) для $L_{\text{dr}} \rightarrow 0$, т.е. для пространственно ограниченного квадрупольного распределения заряда.

С другой стороны, для конечной L_{dr} возмущение плотности заряда вблизи от оси вращения $z \sim r_{\text{jet}}$ сильно зависит от константы C . Действительно, дополнительную плотность заряда можно поделить на два слагаемых, а именно отрицательная часть ²

$$\delta\rho_e^{(1)} = -|C| \frac{\Omega_0 B_0}{2\pi c} \frac{r_{\text{jet}}^2}{L_{\text{dr}}^2} \quad (128)$$

существует для $C \neq 0$ (и создает электрическое поле $E_z < 0$ вдоль оси вращения, направленное против движения частиц) и положительная

$$\delta\rho_e^{(2)} = \frac{\Omega_0 B_0}{2\pi c} \frac{z^2}{L_{\text{dr}}^2} \quad (129)$$

имеющие такой же порядок на масштабах $z \sim r_{\text{jet}}$. Это означает, что малое перераспределение плотности заряда в основании потока может экранировать продольное электрическое поле вдоль джета $C \approx 0$.

6 Астрофизическое приложение и обсуждение

Таким образом, мы продемонстрировали, как для простой геометрии возможно определить малые поправки к одножидкостному идеальному течению, появляющиеся из-за действия силы радиационного трения. По сравнению с работой [16], в самосогласованное рассмотрение были включены как возмущение магнитных поверхностей, так и возмущения электрического потенциала. В результате, появляется возможность определить тенденции при действии радиационной силы трения на идеальное сильно замагниченное МГД-течение и оценить параметры, когда возмущения становятся сильными.

Попробуем оценить действительную роль радиационного трения на динамику релятивистских джетов из ядер активных галактик. Так как связь плотности энергии U_{iso} на

²мы рассматриваем случай $B_z > 0$.

расстоянии R от «центральной машины» с общей светимостью L_{tot} может быть написана как

$$U_{\text{tot}} \sim \frac{L_{\text{tot}}}{4\pi R^2 c}, \quad (130)$$

мы получаем $U_{\text{tot}} \sim 10^{-3}$ эрг/см³ на расстояниях $R = 10$ пк. Учитывая, что $U_{\text{iso}} \sim 0.1U_{\text{tot}}$ (например, из-за перерассеяния на пыли) можно получить для длины гидродинамического торможения L_{dr} , данной формулой (11), следующую оценку:

$$L_{\text{dr}} \sim 300 \left(\frac{\sigma_{\text{M}}}{10}\right) \left(\frac{\Gamma}{10}\right)^{-2} \left(\frac{U_{\text{iso}}}{10^{-4} \text{ erg/cm}^3}\right)^{-1} \text{ pc}. \quad (131)$$

Здесь мы использовали значения $\Gamma \sim \sigma_{\text{M}} \sim 10$, полученные недавно в работе [40] из анализа примерно 100 источников методом смещения ядра. Как мы видим, это расстояние позволяет обосновать наблюдаемое торможение на масштабах $R \sim 100$ пк.

7 Выводы

Торможение релятивистских джетов из активных галактических ядер, задетектированное недавно группой MOJAVE, рассматривается в рамках взаимодействия взаимодействия вещества джета со внешним фотонным полем. Были получены уравнения, описывающие состояние системы в рамках одножидкостного и дрейфового приближений и из них оценены примерная необходимая плотность энергии фотонного поля, необходимая для наблюдаемых темпов торможения, и показано, что важную роль играет в задаче торможения частиц как возмущение электрического потенциала, так и магнитных поверхностей.

8 Благодарности

Мы благодарим М.В. Баркова, Е.В. Деришева, Я.Н. Истомина и, особенно, Н.Л. Закаскую за ценные и полезные комментарии. Также выражаем искреннюю благодарность В.С. Бескину за неоценимую помощь при написании статьи.

Список литературы

- [1] Lobanov A.P., 1998, A&A, 330, 79
- [2] Cohen M.H. et al, 2007, ApJ, 658, 232
- [3] Clausen-Brown E., Savolainen T., Pushkarev A.B., Kovalev Y.Y., Zensus J.A. 2013, A&A, 558, A144
- [4] Kardashev N.S., Novikov I.D, Lukash V.N. et al. 2014, Phys. Uspekhi, 57, 1199
- [5] Homan D.C., Lister M.L., Kovalev Y.Y., Pushkarev A.B., Savolainen T, Kellermann K.I., Richards J.L., Ros E., 2014, ApJ, 798, 16
- [6] Begelman M.C., Blandford R.D., Rees M.J., 1984, Rev. Mod. Phys., 56, 255
- [7] Thorne K.S., Price R.H., Macdonald D. 1986, Black Holes: The Membrane Paradigm. Yale University Press, New Haven and London
- [8] Reynolds C.S., DiMatteo T., Fabian A.C., Hwang U., Canizares C. 1996 ,MNRAS, 283, L111
- [9] Hirotani K., Okamoto I., 1998, ApJ, 497, 563
- [10] Gabuzda D., Murrey E., Cronin P. 2005, MNRAS, 351, 8
- [11] Komissarov S., Barkov M., Vlahakis N., Königl A., 2006, MNRAS, 380, 51
- [12] Porth O., Fendt Ch., Meliani Z., Vaidya B., 2011, ApJ, 737, 42
- [13] McKinney J.C., Tchekhovskoy A., Blandford R.D., 2012, MNRAS, 423, 2083
- [14] Svensson R., 1984, MNRAS, 209, 175
- [15] Sikora M., Sol H., Begelman M.C, Madejski G.M., 1996, MNRAS, 280, 781
- [16] Li Z.-Y., Begelman M., Chiueh T., 1992, ApJ, 384, 567

- [17] Michel F.C., 1969, ApJ, 158. 727
- [18] Kennel C. F., Fujimura F. S., Okamoto I., 1983, Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 26, 147
- [19] Lery T., Heyvaerts J., Appl S., Norman C.A., 1998, A&A, 337, 603
- [20] Beskin V.S., Zakamska N.L., and Sol H., 2004, MNRAS, 347, 587
- [21] Russo M., Thompson Ch., 2013a, ApJ, 767, 142
- [22] Russo M., Thompson Ch., 2013b, ApJ, 773, 99
- [23] Istomin Ya.N., Pariev V.I., 1994, MNRAS, 267, 629
- [24] Beskin V.S., 2009, MHD Flows in Compact Astrophysical Objects. Springer, Berlin
- [25] Beskin V.S., Chernoglazov A.V., 2016, MNRAS (in preparation)
- [26] Goldreich P. & Julian W.H. 1969, ApJ, 160, 971
- [27] Heyvaerts J., Norman J., 1989, ApJ, 347, 1055
- [28] Appl S., Camenzind M., 1992, A&A, 256, 354
- [29] Beskin V.S., Kuznetsova I.V., Rafikov R.R., 1998, MNRAS, 299, 341
- [30] Beskin V.S., Nokhrina E.E., 2006, MNRAS, 367, 375
- [31] Komissarov S., 1994, MNRAS, 269, 394
- [32] Ustyugova G.V., Koldoba A.V., Romanova M.M., Chechetkin V.M., Lovelace R.V.E., 1995, ApJ, 439, L39
- [33] Bogovalov S.V., Tsinganos K., 1999, MNRAS, 305, 211
- [34] Tchekhovskoy A., McKinney J., Narayan R., 2008, MNRAS, 388, 551
- [35] Tchekhovskoy A., McKinney J., Narayan R., 2009, ApJ, 699, 1789

- [36] Bucciantini N., Quataert E., Metzger B.D., Thompson T.A., Arons J., del Zanna L., 2006, *ApJ*, 396, 2038
- [37] Sironi L., Spitkovsky A., 2009, *ApJ*, 698, 1523
- [38] Beal J.H., Guillori J, Rose D.V., 2010, *Mem. Soc. Astron. Ital.*, 81, 404
- [39] Goldreich P. & Julian W.H. 1969, *ApJ*, 157, 869
- [40] Nokhrina E.E., Beskin V.S., Kovalev Y.Y. Zheltoukhov A.B., 2015, *MNRAS*, 447, 2726
- [41] Beskin V.S., 2010, *Physics-Uspekhi*, 53, 1199
- [42] Ferraro V.C.A., 1937, *MNRAS*, 97, 458
- [43] Bogovalov S.V., Khangulyan D.V., Koldoba A.V., Ustyugova G.V., Aharonian F.A., 2008, *MNRAS*, 387, 63
- [44] Bogovalov S.V., Khangulyan D.V., Koldoba A.V., Ustyugova G.V., Aharonian F.A., 2008, *MNRAS*, 419,
- [45] de la Cita V.M., Bosch-Ramon V., Paredes-Fortuni X., Khangulyan D., Perucho M. 2016, *A&A* (in press) [ArXiv:1604.02070v1](https://arxiv.org/abs/1604.02070v1)
- [46] Double G.P., Baring M.G., Jones F.C., Ellison D.C., 2004, *ApJ*, 600, 485
- [47] Beskin V.S., Gureich A.V., Istomin Ya.N., 1993, *Physics of the Pulsar Magnetosphere*. Cambridge University Press, Cambridge
- [48] Beskin V.S., Rafikov R.R., 2000, *MNRAS*, 313, 433
- [49] Aharonian F.A., Bogovalov S.V, Khangulian D., 2012, *Nature*, 482, 507
- [50] Cerutti B., Philippov A.A., Parfrey K., Spitkovsky A., 2015, *MNRAS*, 448, 606
- [51] Romanova M.M. & Lovelace R.V.E., 1992, *A&A*, 262, 26
- [52] Drenkhahn G. & Spruit H.C., 2002, *A&A*, 391, 1141

- [53] McKinney J.C. & Uzdensky D.A., 2012, MNRAS, 419, 573
- [54] Golan O. & Levinson A., 2015, ApJ, 809, 23
- [55] Barkov M.V., Kommissarov S.S., 2016, MNRAS, 458, 1939
- [56] Del Zanna L., Papini E., Landi S., Bugli M., Bucciantini N, 2016, arXiv:1605.06331
- [57] Takamoto, Makoto, 2013, ApJ, 775, 50T
- [58] Blumethal G.R., Gould R.G., 1970, Rev. Mod. Phys., 42, 237
- [59] Rybicki G.B., Lightman A.P., 1981, Radiative Processes in Astrophysics. John Wiley & Sons, New York